Міністерство освіти та науки України Одеська державна академія будівництва та архітектури Одеський національний морський університет

> Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису

Петров Олексій Миколайович

УДК 624.012.45:042.8

ДИСЕРТАЦІЯ

МІЦНІСТЬ, ДЕФОРМАТИВНІСТЬ ТА ТРІЩИНОСТІЙКІСТЬ ПРОГІННИХ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ ПРИ ЇХ ЗГИНІ З КРУЧЕННЯМ

05.23.01 «Будівельні конструкції, будівлі та споруди»

19 «Архітектура та будівництво»

Подається на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук (доктора філософії)

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

Науковий керівник – Карпюк Василь Михайлович, доктор технічних наук, професор

АНОТАЦІЯ

Петров О.М. Міцність, деформативність і тріщиностійкість прогінних залізобетонних елементів при їх згині з крученням. - Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук (доктора філософії) за спеціальністю 05.23.01 «Будівельні конструкції, будівлі та споруди» (19 – Архітектура та будівництво). – Одеська державна академія будівництва та архітектури. – Одеський національний морський університет, Одеса, 2018.

Дисертаційне дослідження присвячене розробці розрахункових моделей балкових залізобетонних конструкцій, що зазнають згин з крученням, з використанням реальних діаграм стану матеріалів, сучасних феноменологічних критеріїв міцності бетону і арматури, результатів системних натурних і числових досліджень.

У введенні розкрита суть і стан наукової проблеми, обґрунтована актуальність, викладена мета, завдання і робоча гіпотеза досліджень, що проводилися; охарактеризована наукова новизна, практична цінність роботи і зведення про її апробацію; дана загальна характеристика дисертації.

Наукова новизна отриманих результатів полягає у тому, що в ході досліджень розроблена нова методика,що дозволила дослідити напруженодеформований стан та отримати нові дані про стиснене та вільне кручення приопорних ділянок залізобетонних балок аж до їх руйнування; розкриті особливості деформування, тріщиноутворення та руйнування дослідних зразків, підданих згину з крученням. Виявлений механізм та нові схеми руйнування їхніх приопорних ділянок і вперше встановлена їх залежність від відповідного співвідношення дослідних факторів; розроблена нова інженерна методика розрахунку міцності приопорних ділянок прогінних залізобетонних елементів при їх згині з крученням з урахуванням реального впливу на неї дослідних факторів; отримала подальший розвиток нелінійна деформаційна модель стержневої залізобетонної конструкції, яка з єдиних позицій механіки залізобетонну дозволяє урахувати особливості сумісної роботи бетону й арматури на всіх стадіях, включаючи руйнування, за одночасної лiï поперечної сили, згинального і крутного моментів; запропонований варіант моделювання складного напружено-деформованого стану балок при їх згині з крученням шляхом нелінійного скінчено-елементного розрахунку з використанням діаграм матеріалів, сучасних реальних стану феноменологічних критеріїв міцності дає можливість чисельно відтворити обчислювальних результати експерименту за допомогою сучасних комплексів. зокрема, «Лира-САПР» та зробити достовірний прогноз, насамперед, їх міцності; шляхом порівняльного аналізу дана оцінка достовірності прогнозу міцності просторових перерізів прольотних залізобетонних конструкцій за найбільш розповсюдженими нормативними і авторськими методиками.

У **першому розділі** приведено огляд вітчизняних і зарубіжних літературних джерел, зроблений критичний аналіз опублікованих робіт в області досліджень складного напружено-деформованого стану конструкцій, працюючих на згин з крученням.

З огляду вітчизняних та зарубіжних літературних джерел встановлено, що значним кроком вперед у вивченні деформації кручення залізобетонних елементів є роботи: Т.Н. Азізова, Є.М. Бабича, В.М. Байкова, А.М. Бамбури, А.Я. Барашикова, А.В. Белубекяна, Г.І. Бердичевського, З.Я. Бліхарського, П.М. Бурлаченка, П.Ф. Вахненка, О.О. Гвоздєва, О.С. Городецького, А.В. Гришина, В.О. Гришина, В.С. Дорофєєва, Е.Г. Єлагіна, Д.А. Єрмоленка, О.С. Залесова, Х.С. Каріева, М.І. Карпенка, В.М. Карпюка, В.Г. Кваші, Є.В. Клименка, С.Ф. Клованича, О.М.Клюки, В.І. Корсуна, П.М. Коваля, А.А. Кудрявцева, О.І. Кузьменко, В.С. Кукунаєва, М.М. Лессига, Й.Й. Лучка, І.М. Ляліна, Т.Х. Малюка, Г.Х. Масюка, Г.В. Мурашкіна, Ю.І. Немчинова, В.В. Пінаджана, І.Є. Прокоповича, Л.К. Рулле, М.В. Савицького, О.В. Семка, Р.А. Складневої, А.М. Скудри, М.С. Торяника, Л.В. Фалєєва, С.Л. Фоміна, О.І. Харитонова, Ю.В. Чиненкова, Т.П. Чистової, Е.Д. Чихладзе, О.Л. Шагіна, Ю.В. Школи, В.С. Шмуклера, В.К. Юдіна, О.Ф. Яременка, М.М. Ячменевої, та інших, в яких висвітленні результати дослідження згину з крученням різних прогінних елементів.

Представлені дані вітчизняних та зарубіжних дослідників показали, що у них ще не склалася єдина думка про вплив конструктивних чинників та факторів зовнішньої дії на несучу здатність прогінних залізобетонних конструкцій як зокрема, так і взаємодії. Запропоновані різними авторами інженерні міцності, тріщиностійкості методики розрахунку та деформативності залізобетонних елементів, що зазнають згину з крученням, як правило, не носять узагальнючого характеру і висвітлюють, зокрема, той чи інший вид їх напружено-деформованого стану. Опубліковані фізичні нелінійні моделі деформування залізобетону не адаптовані в достатній мірі для загального випадку напруженого стану прогінних залізобетонних елементів та не ураховують появу в їхніх перерізах всіх внутрішніх силових факторів, зокрема, поперечної сили.

У другому розділі дисертації викладена методика виконання системних натурних і числових експериментів, що базуються на теорії планування, використанні спеціального лабораторного устаткування; описана конструкція і армування дослідних зразків-балок. були виконанні експериментальні дослідження залізобетонних елементів при їх згині з крученням з використанням математичної теорії планування експерименту. Дослідні зразки-балки були виготовлені за повним п'ятифакторним трирівневим, близьким за властивостями до Д-оптимального, планом типу На 5, який забезпечує однакову точність прогнозу вихідного параметру в області, що описується радіусом, який дорівнює 1 (рахуючи від середньої «нульової» точки).

Кожен дослід натурного експерименту був забезпечений двома однаковими балками-близнюками, тобто чотирма приопорними ділянками. Усього було випробувано 54 дослідні балки без урахування 3-х пробних, а у числових експериментах розглянуто 27 віртуальних балок при вільному їх крученні з аналогічним співвідношенням конструктивних чинників. Системність підходу до експериментальних досліджень у вказаному напрямку полягає у можливості порівняння їх між собою, а також з результатами випробувань аналогічних дослідних зразків-балок інших серій, які зазнавали плоского поперечного згину, тобто дії тільки згинального моменту і поперечної сили, а також позацентрово розтягнутих і позаценрово стиснутих балок аналогічної конструкції.

У **третьому розділі** роботи розкриті основні закономірності і особливості деформації, тріщиноутворення і руйнування прогінних залізобетонних конструкцій, працюючих на згин зі стисненим і вільним крученням; визначений системний вплив дослідних факторів на їх несучу здатність, виявлений механізм і нові схеми їх руйнування по просторовим перерізам.

Встановлено, що збільшення міцності бетону з метою підвищення несучої здатності приопорних ділянок, зокрема, є економічно не обґрунтованим і відповідний клас бетону слід приймати з урахуванням усіх конструктивних та технологічних вимог до конструкції. Крутний момент величиною до $0,6T_u$ не тільки радикально, майже в 2 рази зменшує несучу здатність дослідних зразків-балок при стисненому крученні їх приопорних ділянок, а й підвищує їх прогини до 70% сприяє обертанню опорного перерізу до 6,6° (8,4° при вільному крученні балки від опори до опори).

Середня ширина розкриття нормальних тріщин на рівні центру ваги робочої арматури у непереармованих дослідних елементах перед руйнуванням їхніх приопорних ділянок не перевищувала допустимих значень і знаходилася в межах 0,2...0,25мм. Ширина розкриття похилих тріщин посередині висоти перерізу дослідних балок при «експлуатаційному» рівні 0,65 F_u поперечного навантаження не перевищувала 0,3мм за винятком елементів, приопорні ділянки яких окрім поперечного згину випробували ще й деформацію стисненого кручення, де середня ширина розкриття цих тріщин при такому навантаженні становила 0,6мм. Перед руйнуванням приопорних ділянок значення середньої ширини розкриття небезпечних похилих тріщин коливалися в межах 0,7...0,8мм при короткочасному навантаженні, а просторових спіралеподібних – 1...2мм, що свідчить про необхідність збільшувати, насамперед, кількість поперечної арматури, тим більш, з урахуванням тривалої дії навантаження.

Руйнування складнонапружених дослідних елементів при їх згині з крученням бере початок від опори і виклинюється на поверхню балки в самому кінці прольоту зрізу. При цьому, якщо довжина проекції руйнуючої просторової тріщини на тій вертикальні грані, де дотичні напруження від T і V збігаються за напрямком, близька до традиційної, то на протилежній грані довжина утвореної перед руйнуванням балки перехресної тріщини дорівнює прольоту зрізу.

Наявність крутного моменту призводить до нахилу нейтральної лінії в напрямку кута обертання балки. При цьому, вертикальна проекція стиснутої зони бетону в кінці прольоту зрізу має, як правило, вид прямокутної трапеції, яка при високих рівнях крутного моменту (~ $0,6T_u$) і мінімальній кількості верхньої монтажної арматури ($\rho'_{f}=0,006$) перетворюється у прямокутний трикутник, верхня сторона якого при вільному крученні залишається рівною ширині балки. При стисненому крученні тільки приопорних ділянок дослідних елементів стиснута зона бетону перед їх руйнуванням приймала, як правило, вид прямокутного трикутника у якому нейтральна лінія перетинала горизонтальну грань балки, а в прямому куті утворювалася зона концентрації головних стискаючих напружень), що огортає один із стержнів монтажної арматури.

У четвертому розділі дисертації отримала розвиток в загальному вигляді нелінійна деформаційна модель стержневої залізобетонної конструкції, в розрахункових перерізах якої з єдиних позицій механіки залізобетону враховуються особливості спільної роботи бетону і арматури на всіх стадіях, включаючи її руйнування, при спільній дії поперечних сил, згинальних та крутних моментів. Адаптована нелінійна деформаційна модель залізобетонної балкової конструкції, що зазнає згину з курченням, дозволяє з єдиних позицій механіки залізобетону ураховувати особливості сумісної роботи бетону і арматури на всіх ствдіях, включаючи руйнування. Застосування в адаптованій моделі триінваріантного критерію В.М.Круглова або пятипараметрового критерію М.І.Карпенка міцності бетону дозволяє дослідити просторовий напружено-деформований стан дослідних елементів та прогнозувати утворення й розвиток просторових тріщин в них шляхом виключення з роботи тих часток бетону, які не відповідають вказаним критеріям згідно методики. Описані рівняння рівноваги, вирази для узагальнених деформацій, діаграми стану матеріалів, фізичні співвідношення вважаються справедливими на всіх стадіях роботи прогінних залізобетонних елементів, починаючи від тріщиноутворення і аж до руйнування. Прогини і кути закручування окремих перерізів балки визначаються, відповідно, через кривизни згину і відносні кути закручування на довільній стадії її роботи.

п'ятому розділі дисертаційної роботи приведені результати У порівняння дослідних і розрахункових даних міцності просторових похилих зразків-балок, перерізів випробуваних відповідно вичислених ДО рекомендацій національних норм проектування розвинених країн світу, які, в цілому, показали незадовільну їх збіжність, а також моделювання їх складного напружено-деформованого стану за допомогою нелінійного скінчено-елементного розрахунку, який показав можливість чисельного відтворення результатів експерименту і достовірного прогнозу їх міцності. Запропонована нова, експериментально обґрунтована інженерна методика розрахунку міцності просторових похилих перерізів таких конструкцій, яка опирається на СНиП 52.101-2003 з використанням коефіцієнта k, що інтегрально враховує комплексний вплив усіх дослідних факторів.

Ключові слова: прогінні (балочні) залізобетонні конструкції, напружено-деформований стан, просторові похилі перерізи, несуча здатність, розрахункові моделі.

ABSTRACT

Petrov O.M. Strength, deformability and crack resistance of prefabricated reinforced concrete elements at their bending with twisting. - Qualifying scientific work on the rights of manuscripts.

Dissertation for the degree of a candidate of technical sciences (Doctor of Philosophy) in specialty 05.23.01 "Building constructions, buildings and structures" (19 - Architecture and construction). - Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture, Odessa National Maritime University, Odessa, 2018.

The dissertation research is devoted to the development of calculation models of beam reinforced concrete structures, bending with torsion, using real diagrams of state of materials, modern phenomenological criteria of concrete strength and reinforcement, results of system field and numerical studies.

In the **introduction** is revealed the essence and state of the scientific problem, the relevance is substantiated, the purpose, the task and the working hypothesis of the conducted researches are stated; characterized scientific novelty, practical value of work and information about its testing; and the general characteristic of the thesis is given.

The scientific novelty of the obtained results is that in the course of research a new method has been developed, which allowed to investigate the stress-strain state and obtain new data on compressed and free torsion of the supporting areas of reinforced concrete beams up to their destruction; the features of deformation, cracking and destruction of experimental specimens exposed to torsion are disclosed. The mechanism and new schemes of destruction of their supporting areas were discovered and for the first time their dependence on the corresponding correlation of research factors was established; A new engineering technique for calculating the strength of the supporting areas of the prefab reinforced concrete elements during their bending with the torsion, taking into account the actual influence on it of research factors, has been developed; further developed the nonlinear deformation model of the core reinforced concrete structure, which, from the common positions of reinforced concrete mechanics, allows to take into account the peculiarities of joint work of concrete and reinforcement at all stages, including fracture, with simultaneous action of transverse force, bending and torque; the proposed variant of simulation of the complex stress-strain state of beams at their bending with torsion by means of nonlinear finite element diagrams of the of materials. modern calculations using real state phenomenological strength criteria gives an opportunity to numerically reproduce the results of the experiment using modern computing systems, in particular, "Lyra-CAD" and make a reliable forecast, first of all, their strength; by means of comparative analysis, this assessment is made of the reliability of the prediction of the strength of spatial sections of span reinforced concrete structures according to the most widespread regulatory and authoritative methods.

In **first chapter** it is given an overview of domestic and foreign literary sources, made a critical analysis of published works in the field of research of complex stress-strain state of structures working on bending with torsion.

In view of domestic and foreign literary sources, it has been established that a significant step forward in the study of the torsion deformation of reinforced concrete elements are the works of: T.N. Azizov, I.M. Babych, V.M. Baikov, A.M. Bambura, A.I. Barashykov, A.V. Belubekian, G.I. Berdychevskyi, Z.I. Blikharskyi, P.M. Burlachenko, P.F. Vakhnenko, O.O. Gvozdiev, O.S. Gorodetskyi, A.V. Gryshyn, V.O. Gryshyn, V.S. Dorofiiev, I.G. Ielagin, K.S. Karev, M.I. Karpenko, V.M. Karpiuk, D.A. Iermolenko, O.S. Zaliesov, I.V. Klymenko, S.F. Klovanych, V.G. Kvasha, O.M. Kliuka, V.I. Korsun, P.M. Koval, A.A. Kudriavtsev, O.I. Kuzmenko, V.S. Kukunaiev, M.M. Lessig, I.M. Lialin, T.K. Maliuk, G.K. Masiuk, I.I. Luchko, G.V. Murashkin, U.I. Nemchynov, V.V. Pinadzhan, I.I. Prokopovych, L.K. Rulle, M.V. Savytskyi, R.A. Skladnev, A.M. Skudra, M.S. Torianyk, O.V. Semko, L.V. Falliev, S.L. Fomin, O.I. Kharytonov, I.V. Chynenkov, T.P. Chystova, I.D. Chykhladze, V.S. Shmukler, V.K. Iudin, O.L. Shagin, I.V. Shkola, O.F. Iaremenko,

M.M. Iachmeneva and others in which was shown the results of research of bending with the torsion of various projectile elements.

The data presented by domestic and foreign researchers showed that they have not yet developed a single opinion on the influence of structural factors and external factors on the bearing capacity of prefabricated reinforced concrete structures and interaction. The proposed engineering methods of calculating the strength, crack resistance and deformability of reinforced concrete elements bending with a torsion, as proposed by different authors, are not generally general in nature and cover one or another form of their stress-strain state. The published physical nonlinear deformation models of reinforced concrete are not sufficiently adapted for the general case of the tense state of prefabricated reinforced concrete elements and do not consider the appearance in their sections of all internal forces factors of transverse force.

The **second chapter** of the dissertation describes the methodology for performing systematic field and numerical experiments based on the theory of planning, the use of special laboratory equipment; the design and reinforcement of prototype beam samples, the experimental research of reinforced concrete beams at their bending with torsion is performed. The experimental samples-beams were made and tested in full five-factor three-level, close to the properties of the D-optimal, plan of type 5, which provides the same accuracy of the forecast of the output parameter in the region, which is described by a radius equal to 1 (counting from the average point "zero").

Each experiment of the experimental experiment was equipped with two identical twin beams, that is, four supporting plots. In total, 54 experimental beams were tested without 3 tests, and in numerical experiments 27 virtual beams were considered at free torque with a similar ratio of structural factors. The system of approach to experimental research in this direction consists in the possibility of comparing them among themselves, as well as with the results of tests of similar experimental samples-beams of other series that were subjected to a flat transverse bend, that is, the actions of only the bending moment and transverse force, as well as centripetal and extra-note compressed beams of a similar design.

In the **third chapter** of the work, the basic laws and features of deformation, cracking and destruction of prefabricated reinforced concrete structures working on bending with compressed and free torsion are revealed; the determined systemic influence of research factors on their bearing capacity, the mechanism and new schemes of their destruction on spatial sections are revealed.

It was established that increasing the strength of concrete with the goal of increasing of the bearing capacity of bearing areas is economically unjustified and the corresponding class of concrete should be taken into account with all constructive and technological requirements for construction. Torque up to $0,6T_u$ not only radically (almost 2 times) reduces the bearing capacity of prototype beam samples with compressed torsion of their supporting areas, but also increases their bends to 70%, facilitates the rotation of the support section to $6,6^{\circ}$ ($8,4^{\circ}$ at free-spiral beams from the support to the support).

The average width of the opening of normal cracks at the level of the center of gravity of the working armature in the unbreakable test elements before the destruction of their supporting areas did not exceed the permissible values and was within the range of $0,2 \dots 0,25$ mm. The width of the opening of inclined cracks in the middle of the height of the section of the test beams at the "operating" level (~0,65 F_u) of the transverse load did not exceed 0,3mm, except for the elements whose additional transverse bending was further tested for deformation of compressed torsion, where the average width of the opening of these cracks at such the load was 0.6 mm. Before the destruction of the supporting areas, the mean width of the opening of dangerous inclined cracks fluctuated within 0,7...0,8mm with short-term loading, and spatial spiral-like - 1...2mm, indicating the need to increase, first of all, the number of transverse reinforcement, especially, taking into account prolonged load action.

The destruction of tight-elastic experimental elements at their bending with a torsion originates from the support and is wedged to the surface of the beam at the

very end of the slit passage. In this case, if the length of the projection of the destructive spatial crack on that vertical face, where the tangent stresses from T and V coincide in the direction close to the traditional one, then on the opposite side the length formed before the destruction of the cross-sectional beam is equal to the cutoff.

The presence of a torque leads to the inclination of the neutral line in the direction of the angle of rotation of the beam. At the same time, the vertical projection of the compressed zone of concrete at the end of the slip passage has, as a rule, a kind of rectangular trapezoid, which at high torque levels (~ $0,6T_u$) and the minimum number of top mounting valves ($\rho'_f = 0,006$) is converted into a rectangular triangle, the upper side of which, with free spin, remains equal to the beam's width. With compressed torsion only, the supporting areas of the experimental elements of the compressed concrete zone before their destruction took, as a rule, the form of a rectangular triangle in which the neutral line crossed the upper horizontal face of the beam, and in the right angle formed a zone of concentration of the main compressive stresses that cover one of the rods of the mounting armature.

In the **fourth chapter** of the dissertation got the overall development of the nonlinear deformation model of the core reinforced concrete structure, in the calculated sections of which from the common positions of the reinforced concrete mechanics, takes into account the peculiarities of the joint work of concrete and reinforcement at all stages, including its destruction, with the joint action of transverse forces, bending and twisting moments. Adapted nonlinear deformation model of reinforced concrete structure, bending with curd, allows from single positions of concrete mechanics to take into account features of joint work of concrete and fittings on all objects, including destruction. Application in the adapted model of the three-variant criterion of V.M. Kruglov or the five-parameter criterion of M.I. Karpenko, the strength of concrete, allows us to investigate the spatial stress-deformed state of the experimental elements and to predict the formation and development of spatial cracks in them by eliminating from work

those concrete particles that do not meet the specified criteria. The described equilibrium equations, expressions for generalized deformations, state diagrams of materials, physical ratios are considered to be fair at all stages of the work of prefabricated reinforced concrete elements, from cracking up to destruction. The deflections and angles of twisting of individual sections of the beam are determined, respectively, due to the curvature of the bend and the relative angles of twisting at an arbitrary stage of its operation.

In the **fifth chapter** of the dissertation work are given the results of comparison of experimental and calculated strength of the spatial inclined sections of the tested samples-beams, calculated in accordance with the recommendations of the national design standards of developed countries of the world, which, in general, showed unsatisfactory convergence, as well as modeling their complex tense -deformed state with nonlinear finite-element calculation, which showed the possibility of numerical reproduction of the results of the experiment and reliable forecast of their durability. A new, experimentally grounded engineering technique for calculating the strength of spatial inclined sections of such structures, based on SNiP 52.101-2003 using coefficient k, that integrally takes into account the complex influence of all the research factors on their bearing capacity.

Key words: runoff (beam) reinforced concrete structures, stress-strain state, spatial inclination, bearing capacity, calculation models.

Список публікацій здобувача

Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації

Монографія

1. Карпюк В.М. Міцність, деформативність та тріщиностійкість прогінних залізобетонних елементів при їх згині з крученням (монографія) / В.М.Карпюк, О.М. Петров – Одеса: ОДАБА, «Оптимум», 2016. – 267с., іл. ISBN 978-966-344-668-4.

(Виконання експериментальних досліджень, обробка та аналіз отриманих результатів, формулювання висновків)

Статті у наукових фахових виданнях України

2. Дорофеев В. С. Исследование прочности приопорных участков железобетонных элементов при совместном действии поперечных сил, изгибающих и крутящих моментов / В. С. Дорофеев, В. М. Карпюк, А. Н. Петров // Зб. наук. праць "Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди". – Рівне : НУВГП, 2006. – Вип. 14. – С. 183–187.

(Розробка методики експериментальних досліджень)

3. Крантовская Е.Н. Постановка эксперимента по исследованию напряженно-деформированного состояния неразрезных железобетонных балок в местах смены знака и величины изгибающего момента / Е. Н. Крантовская, Н. Н. Петров, А. Н. Петров // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. – Одеса: ОДАБА, 2006. Вип. №22.

– С. 156-162. (Узгоджено план експерименту)

4. Дорофеев В. С. Прочность наклонных сечений неразрезных железобетонных балок / В. С. Дорофеев, В. М. Карпюк, Е. Н. Крантовская, Н. Н. Петров, А. Н. Петров // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. – Вип. 24. – Одеса: ТОВ «Зовнішрекламсервіс». 2006, – С. 85–94. (Проведення експериментальних досліджень)

5. Дорофсев В. С. Вдосконалення інженерного методу розрахунку несучої здатності похилих перерізів нерозрізних залізобетонних балок / В. С. Дорофсев, В. М. Карпюк, О. М. Крантовська, М. М. Петров, О. М. Петров// Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. – Вип. 26. – Одеса: ТОВ «Зовнішрекламсервіс». 2007, – С. 164–171.

(Вдосконалено інженерний метод розрахунку несучої здатності похилих перерізів)

6. Дорофеев В. С. Прочность приопорных участков железобетонных балок при совместном действии поперечных сил, изгибающих и крутящих моментов / В. С. Дорофеев, В. М. Карпюк, А. Н. Петров, О. С. Кожокарь //

Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. – Вип. 34. – Одеса : ТОВ "Зовнішрекламсервіс", 2009. – С. 418–427.

(Проведення експериментальних досліджень, обробка та аналіз отриманих рерультатів)

7. Дорофєєв В. С. Міцність та тріщиностійкість приопорних ділянок залізобетонних балок при сумісній дії поперечних сил, згинальних та крутних моментів / В. С. Дорофєєв, В. М. Карпюк, О. М. Петров та ін. // Наук. техн. зб. ["Сучасні технології, матеріали і конструкції в будівництві" №2], (Вінниця, листопад, 2010 р). – Вінниця, 2010. – № 2 (9). – С. 6–14.

(Визначення картини тріщиноутворення, деформування та руйнування дослідних елементів за просторовими тріщинами)

8. Дорофєєв В. С. Несуча здатність приопорних ділянок залізобетонних елементів при поперечному згині зі стисненим та вільним крученням / В. С. Дорофєєв, В. М. Карпюк, М. М. Петров, О. М. Петров, А.Н. Хабібулін // Будівельні конструкції: міжвідомч. наук.-техн. зб. наук. праць (буд-во)/ ДП «ДНДІБК» Мін. регіон. розв. та буд-ва України.- Вип. 74: В 2-х кн.: Книга 1. – Київ: ДП НДІБК, 2011. – С.118-133.

(Виконання числового експерименту за узгоджуваним планом)

9. Дорофєєв В. С. Розрахункова модель стержневої залізобетонної конструкції з урахуванням її складного напружено-деформованого стану /В. С. Дорофєєв, В. М. Карпюк, О. М. Петров, М. М. Петров//Мости та тунелі: теорія, дослідження, практика//зб. наук. праць Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту ім. акад. В. Лазаряна. – Вип. №3. – Дніпропетровськ: ДНУЗТ, 2012. – с.45–55 (*індексується базою* Google Scholar).

(Визначення феноменологічних критеріїв міцності дослідних елементів, розробка загальних фізичних співвідношень)

 Карпюк В.М. Розрахунок залізобетонного стержня у загальному випадку напружено-деформованого стану / В. М. Карпюк, М. М. Петров,
О. М. Петров// Комунальне господарство міст // наук. - техн. зб. Харківської національної академії міського господарства. - Вип. 105. Серія: технічні науки та архітектура. - Харків: ХНАМГ, 2012. - С.83-99 (*індексується базою* Google Scholar).

(Вибір діаграм деформування матеріалів складення рівнянь рівноваги, узагальнених лінійних та кутових деформацій)

11. Дорофеев В.С. Тріщиностійкість залізобетонних стержневих В. С. Дорофсев, В. М. Карпюк, конструкцій / О. М. Крантовська, М. М. Петров, О. М. Петров// Вісник Одеської державної академії будівництва архітектури. Вип. 52.ч.1 Одеса: та TOB ____ «Зовнішрекламсервіс». 2014, - С. 156-169.

(Формування та систематизація картин тріщиноутворення прогінних залізобетонних конструкцій, виявлення механізму та схем їх руйнування)

Статті за кордоном та у виданнях, включених до міжнародних науковометричних баз даних

12. Dorofyeyev V. Strenqth calculation of support areas in reinforced concrete beam structures / Dorofyeyev V.,Karpyuk V.,Krantovskaya E, Petrov N., Petrov A., // Научно-технический журнал по строительству и архитектуре «Вестник МГСУ». - Вып. 12. - Москва (Россия): Изд-во МИСИ - МГСУ, 2013. - С.55-67. (індексується в РИНЦ, UlrichsWeb Global Serials Directory, DOAJ, EBSCO).

(Розробка інженерного методу розрахунку дослідних елементів)

13. Karpyuk V. Загальний інженерний метод розрахунку міцності приопорних ділянок плосконапружених прогонових залізобетонних елементів / Karpyuk V., Krantovskaya E., Petrov N., Petrov A., // Collection of scientific works of the National Academy of sciences of Ukraine Karpenko PHYSICO-MECHANICAL INSTITUTE [FRACTURE MECHANICS AND PHYSICS OF CONSTRUCTION MATERIALS AND STRUCTURES] – Issue 10. – Lviv: Kamenjar, 2014. – C. 41-54. (Входить до НМБД Google Scholar).

(Виконана систематизація та оформлення загального інженерного методу розрахунку)

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:

14. Dorofyeyev V. імргоved deformation model of the Reinforced concrete Bar structure for the general case of stressed state / Dorofyeyev V.,Karpyuk V.,Krantovskaya E, Petrov N., Petrov A., // Міжнародний науковий вісник. International scientific herald. Збірник наукових статей за матеріалами XXVII Міжнародної науково-практичної конференції «Перспективи розвитку європейського університету в контексті широкої інноваційної стратегії» Ужгород-Будапешт, 26-29 листопада 2013 року – Ужгород: ДВНЗ «УжНУ», 2014. – Вип. 8(27). - С. 51-64 (*індексується базою* Google Scholar).

(Виконана систематизація існуючих методик розрахунку несучої здатності та підготовка узагальненої методики розрахунку міцності приопорних ділянок прогінних залізобетонних конструкцій)

15. Dorofyeyev V. Analysis of experimental researches of crack resistance of run-out reinforced concrete elements / Dorofyeyev V.,Karpyuk V.,Krantovskaya E, Petrov N., Petrov A., // International scientific herald. The Eighth International Conference on Material Technologies and Modeling MMT – 2014, Ariel University Ariel, Israel, july 28-August 01,2014, volume 1, 3-41 – 3-52. (*індексується базою* Google Scholar).

(Підготовка вихідних даних та переклад статті на англійську мову)

16. Петров О.М. Тріщиноутворення та характер руйнування залізобетонних елементів при згині з крученням // Будівельні конструкції. Міжвідомчий науково-технічний збірник «Будівництво в сейсмічних районах України». Вип.82. – Київ ДП НДІБК. – 2015, с. 507-518.

(Розроблена методика виконання експериментальних досліджень, обробка і аналіз отриманих експериментально-теоретичних результатів)

1.4.2 Розрахунок по утворенню тріщин в елементах, що працюють при крученні, спільній дії поздовжньої сили, згинальних і крутних моментів...58

18

2.1. Конструкція дослідних зразків-балок......100

2.4. Обробка експериментальних даних......111

Висновки за розділом 2.....112

РОЗДІЛЗ.ПАРАМЕТРИТРІЩИНОУТВОРЕННЯ,ДЕФОРМАТИВНОСТІ ТА МІЦНІСТІ ДОСЛІДНИХ ЗРАЗКІВ-БАЛОК ПРИЇХ ЗГИНІ З КРУЧЕННЯМ.

Висновки за розділом 3......150

РОЗДІЛ	4.	РОЗРАХУНКОВА	МОДЕЛЬ		ПРОГІННОГО	
ЗАЛІЗОБЕТОНІ	ЮГО	ЕЛЕМЕНТА	ПРИ	ЙОГО	ЗГИНІ	3
КРУЧЕННЯМ			•••••		1	52

4.1 Основні гіпотези та передумови152					
4.2 Критерії міцності матеріалів154					
4.3 Зв'язок між дотичними напруженнями та кутовими					
деформаціями157					
4.4 Визначення несучої здатності залізобетонної балки при її згині з					
крученням163					
4.4.1 Рівняння рівноваги164					
4.4.2 Узагальнені лінійні та кутові деформації169					
4.4.3 Фізичні співвідношення177					
4.4.4 Визначення напрямку і довжини похилої до поздовжньої осі					
руйнуючої тріщини179					
4.4.5 Визначення координат центру згину та центру кручення з					
урахуванням тріщиноутворення186					
4.4.6 Граничний стан балки187					
4.5 Визначення несучої здатності розрахункових нормальних перерізів					
залізобетонних стержнів прямокутного перерізу189					
Висновки за розділом 4196					
РОЗДІЛ 5. ВДОСКОНАЛЕННЯ ІНЖЕНЕРНОГО МЕТОДУ					
РОЗРАХУНКУ НЕСУЧОЇ ЗДАТНОСТІ ПРИОПОРНИХ ДІЛЯНОК					
ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ ПРИ ЇХ ЗГИНІ З КРУЧЕННЯМ197					
5.1 Порівняння дослідних і розрахункових значень несучої здатності					
приопорних ділянок дослідних елементів, визначених за рекомендаціями					
національних норм проектування197					
5.2. Моделювання напружено-деформованого стану дослідних елементів					
шляхом нелінійного скінчено-елементного розрахунку в ПК «Лира-					
SAPR»					
5.3 Вдосконалена інженерна методика розрахунку міцності приопорних					
цілянок прогінних залізобетонних конструкцій					

ДОДАТОК А. РЕЗУЛЬТАТИ МОДЕЛЮВАННЯ (ІЗОПОЛЯ ПЕРЕМІЩЕНЬ, НАПРУЖЕНЬ В БЕТОНІ ТА АРМАТУРІ) НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ПРОГІННИХ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ БАЛОК ПРИ ВІЛЬНОМУ КРУЧЕННІ В ПК «ЛИРА 9,6», «ЛИРА-САПР»......232

ДОДАТОК В. ФОТОФІКСАЦІЯ ДОСЛІДНИХ-ЗРАЗКІВ БАЛОК......288

ВСТУП

Актуальність проблеми. Проблема згину з крученням є маловивченою і тому постійно включається в плани найважливіших науково-дослідних робіт по бетону та залізобетону. Проведені дослідження являються, безумовно, актуальними і необхідними. Незважаючи на наявний досвід проектування, питання розрахунку залізобетонних конструкцій, підданих згину з крученням, в нормах проектування поки-що висвітлені недостатньо. У них відсутні цілі розділи для розрахунку даних елементів по розкриттю і закриттю тріщин; визначення прогинів залізобетонних конструкцій з урахуванням крутильної жорсткості; визначення напружень в арматурі, яка сприймає нормальні N_{ys} , $N_{\theta s}$ та дотичні T_{ys} , $T_{\theta s}$ зусилля; визначення січних модулів пружності спіральних смуг бетону E'_{c} вздовж і E'_{c} поперек тріщин; у нормах також відсутні значення нормативних $f_{ck,tor}$ і розрахункових $f_{cd,tor}$ опорів крученню для різних класів бетонів.

Розрахунок міцності елементів при згині з крученням за трьома схемами розташування стиснутої зони в просторовому перерізі викликає багато заперечень у фахівців. В дійсності вона приймає форму трапеції, а виникнення трьох схем можливе лише на середніх опорах статично невизначених балок.

При згині з крученням характерним є виникнення просторових похилих тріщин за гвинтовими лініями. Після утворення тріщин у напрямку головних розтягуючих напружень, зусилля сприймає, в основному, арматура, а в напрямку стискаючих напружень – бетон. Тому на практиці використовують методи розрахунку конструкцій за граничними станами, за спіральною просторовою тріщиною, графоаналітичний та експериментальностатистичний методи.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота є складовою частиною держбюджетної теми «Розробка розрахункових моделей прогінних залізобетонних конструкцій при складному напружено-деформованому стані приопорних ділянок» (номер державної реєстрації 0108U000559), а також теми: «Розв'язок прикладних інженерних задач за допомогою методів теорії споруд (номер державної реєстрації 0107U000809).

Дана робота відповідає актуальним напрямкам науково-технічної політики держави згідно з постановою Кабінету Міністрів України від 5.05.1997р., №409 «Про забезпечення надійності й безпечної експлуатації будівель, споруд та інженерних мереж».

Мета роботи полягає в дослідженні міцності, деформативності та тріщиностійкості приопорних ділянок залізобетонних балок при їх згині з крученням з урахуванням конструктивних чинників та дії крутного моменту.

Задачі досліджень:

- розробити методику досліджень з використанням теорії планування та устаткування для виконання системних експериментальних досліджень, а також вивчити тріщиностійкість, механізм деформування та руйнування приопорних ділянок залізобетонних балок при їх згині з крученням;

- виявити особливості напружено-деформованого стану залізобетонних елементів з урахуванням дії крутного моменту та зробити узагальнену оцінку впливу дослідних факторів на несучу здатність їхніх приопорних ділянок;

- експериментально перевірити можливість використання найбільш розповсюджених методів для прогнозу несучої здатності залізобетонних елементів при їх згині з крученням;

 вдосконалити інженерну методику розрахунку міцності просторових похилих перерізів прогінних залізобетонних конструкцій при їх згині з крученням;

 обрати і розвинути експериментально забезпечену фізично нелінійну модель деформування залізобетону дослідних елементів з урахуванням дії поперечної сили, згинальних і крутних моментів;

- розробити розрахункову скінчено-елементну нелінійну деформаційну модель напружено-деформованого стану дослідних елементів та здійснити її

тестування шляхом порівняння експериментальних даних з розрахунковими;

- упровадити результати досліджень у практику проектування, реконструкції та підсилення прогінних залізобетонних конструкцій.

Об'єкт дослідження: однопрогінні залізобетонні елементи прямокутного поперечного перерізу, у розрахункових перерізах яких окрім поперечних сил і згинальних моментів виникають ще й крутні моменти.

Предмет досліджень: напружено-деформований стан, міцність, тріщиностійкість та деформативність прогінних залізобетонних елементів з урахуванням дії крутного моменту.

Методи досліджень: вивчення та аналіз літературних джерел, формулювання задач досліджень, експериментально-теоретичні методи з використанням теорії планування експерименту, методів механіки залізобетону, деформаційної теорії, критеріїв міцності бетону та арматури, порівняння експериментальних даних з результатами розрахунків та їх аналіз, формулювання основних висновків; абстрагування, аналіз, синтез, індукція, дедукція.

Наукова новизна отриманих результатів:

- розроблена нова методика дозволила дослідити напруженодеформований стан та отримати нові дані про стиснене та вільне кручення приопорних ділянок залізобетонних балок аж до їх руйнування, в результаті чого вперше комплексно визначений системний вплив на тріщиностійкість, деформативність та міцність дослідних зразків-балок таких конструктивних чинників, як величина прольоту зрізу, кількість поперечного, нижнього робочого і верхнього монтажного армування та величини крутного моменту як зокрема, так і при їхній взаємодії, що дало змогу побудувати відповідні адекватні математичні моделі з достатньою інформаційною корисністю;

- розкриті особливості деформування, тріщиноутворення та руйнування дослідних зразків, підданих згину з крученням. Виявлений механізм та нові схеми руйнування їхніх приопорних ділянок і вперше встановлена їх залежність від відповідного співвідношення дослідних факторів; - розроблена нова інженерна методика розрахунку міцності приопорних ділянок прогінних залізобетонних елементів при їх згині з крученням з урахуванням реального впливу на неї дослідних факторів;

- отримала подальший розвиток нелінійна деформаційна модель стержневої залізобетонної конструкції, яка з єдиних позицій механіки залізобетонну дозволяє урахувати особливості сумісної роботи бетону й арматури на всіх стадіях,включаючи руйнування, за одночасної дії поперечної сили, згинального і крутного моментів;

- запропонований варіант моделювання складного напруженодеформованого стану балок при їх згині з крученням шляхом нелінійного скінчено-елементного розрахунку з використанням реальних діаграм стану матеріалів, сучасних феноменологічних критеріїв міцності дає можливість чисельно відтворити результати експерименту за допомогою сучасних обчислювальних комплексів, зокрема, «Лира-САПР» та зробити достовірний прогноз, насамперед, їх міцності;

- шляхом порівняльного аналізу дана оцінка достовірності прогнозу міцності просторових перерізів прольотних залізобетонних конструкцій за найбільш розповсюдженими нормативними і авторськими методиками.

Практичне значення отриманих результатів роботи:

- запропонована інженерна методика розрахунку міцності приопорних ділянок залізобетонних конструкцій при їх згині з крученням дає можливість більш точно урахувати вплив конструктивних чинників та факторів зовнішньої дії порівняно з іншими методиками, що, в цілому, забезпечує достовірний прогноз їх несучої здатності;

- удосконалена деформаційна модель напружено-деформованого стану стержневої залізобетонної конструкції є розвитком та доповненням загального деформаційного методу розрахунку, закладеного в основу ДБН і ДСТУ України, і дозволяє з єдиних позицій виконувати її розрахунок за І і ІІ групами граничних станів;

- запропонований варіант моделювання складного напружено-

деформованого стану дослідних балок шляхом нелінійного скінченоелементного розрахунку розкриває додаткові можливості ПК «Лира-САПР» в частині розв'язку зворотної задачі;

- результати експериментально-теоретичних досліджень дисертаційної роботи впроваджені в практику проектування об'єктів, зокрема при підсиленні фундаментів і надземних прогінних конструкцій м'ясо-молочного корпуса, комплексної забудови території Нового Ринку (концерн «Веселка», м. Одеса), а також в навчальний процес Одеської державної академії будівництва та архітектури при підготовці спеціалістів та магістрів будівельного профілю.

Особистий внесок здобувача. Здобувачем особисто виконано:

- розроблена методика і виготовлена універсальна силова установка для проведення лабораторних досліджень за темою дисертації;

- проведені системні натурні та числові експериментальні дослідження роботи просторових, похилих і нормальних перерізів залізобетонних балок при стисненому і вільному крученні їхніх приопорних ділянок, результати яких представлені у вигляді відповідних математичних моделей;

 вдосконалено інженерну методику розрахунку міцності приопорних ділянок балкових конструкцій при їх згині з крученням, яка підвищує надійність проектування та безпеку експлуатації таких конструкцій;

- змодельовано напружено-деформований стан залізобетонних балок при їх стисненому та вільному крученні з урахуванням реальних діаграм стану матеріалів, сучасного феноменологічного критерію міцності шляхом скінчено-елементного розрахунку у ПК «Лира-САПР»;

 розвинена нелінійна деформаційна скінчено-елементна модель стержневої залізобетонної конструкції, яка з єдиних позицій механіки залізобетонну дозволяє достовірно прогнозувати несучу здатність їхніх розрахункових перерізів за сумісної дії поперечної сили, згинального і крутного моментів.

- перевірена можливість та умови застосування найбільш

розповсюджених національних і авторських методів розрахунку несучої здатності приопорних ділянок дослідних елементів.

Апробація результатів дисертаційної роботи.

Основні положення і результати дисертаційної роботи доповідалися і обговорювалися на наукових конференціях та засіданнях кафедри опору матеріалів ОДАБА (2006÷2016рр): п'ятій науково-технічній конференції «Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди» (м. Рівне, 2006р.); Міжнародній науково-технічній конференції «Інноваційні технології у будівництві» (м.Вінниця, 2010р.); шостій Всеукраїнській науково-технічній конференції «Науково-технічні проблеми сучасного залізобетону (м.Одеса, 2011р.); Міжнародній інтернет-конференції (м.Харків, 2012р.); XXVII Міжнародній Науково-практичній конференції ,,Перспективи розвитку Європейського університету в контексті широкої інноваційної стратегії" 2013p.); Восьмій міжнародній конференції (м.Будапешт, Угорщина, (Proceedings of the 8th International Conference MMT, м.Аріель, Ізраїль, 2014р.); Десятій ювілейній Всеукраїнській науково-технічній конференції «Будівництво в сейсмічних районах України» (м.Одеса, 2015р.), 71-ій науково-технічній конференції професорсько-викладацького складу академії (м.Одеса, Україна, 2015р.); Міжнародній науково-технічній конференції «Науково-технічні проблеми сучасного залізобетону» (м.Полтава, 2017р.).

Публікації. Основний зміст дисертації висвітлений у 16 публікаціях, з них 1 – монографія, 12 – в рекомендованих ВАК та Міністерством освіти і науки України, 3 – в зарубіжних фахових виданнях, а також у журналах та збірках, що входять до наукометричних баз даних РИНЦ, UlrichsWeb Global Serials Directory, DOAJ, EBSCO, GoogleScholar.

Структура та обсяг роботи. Дисертація складається зі вступу, п'яти розділів, загальних висновків та додатків. Її зміст викладено на 332 сторінках, з яких 174 сторінок основного тексту, 18 сторінок списку використаних літературних джерел із 145 назв, 101 сторінка додатків. Основна частина дисертації містить 45 рисунків та 7 таблиць.

РОЗДІЛ 1

СУЧАСНИЙ СТАН ПРОБЛЕМИ ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ ПІД ДІЄЮ ПОПЕРЕЧНИХ СИЛ, ЗГИНАЛЬНИХ ТА КРУТНИХ МОМЕНТІВ

1.1 Аналіз результатів експериментальних досліджень напруженодеформованого стану прогінних залізобетонних елементів при їх згині з крученням

1.1.1 Дослідження міцності залізобетонних елементів при їх згині з крученням

Значним кроком вперед у вивченні деформації кручення залізобетонних елементів є роботи: Т.Н. Азізова, Є.М. Бабича, В.М. Байкова, А.М. Бамбури, А.Я. Барашикова, А.В. Белубекяна, Г.І. Бердичевського, З.Я. Бліхарського, П.М. Бурлаченка, П.Ф. Вахненка, О.О. Гвоздєва, О.С. Городецького, А.В. Гришина, В.О. Гришина, В.С. Дорофсєва, Е.Г. Єлагіна, Д.А. Єрмоленка, О.С. Залесова, Х.С. Каріева, М.І. Карпенка, В.М. Карпюка, В.Г. Кваші, Є.В. Клименка, С.Ф. Клованича, О.М.Клюки, В.І. Корсуна, П.М. Коваля, А.А. Кудрявцева, О.І. Кузьменко, В.С. Кукунаєва, М.М. Лессига, Й.Й. Лучка, І.М. Ляліна, Т.Х. Малюка, Г.Х. Масюка, Г.В. Мурашкіна, Ю.І. Немчинова, В.В. Пінаджана, І.Є. Прокоповича, Л.К. Рулле, М.В. Савицького, О.В. Семка, Р.А. Складневої, А.М. Скудри, М.С. Торяника, Л.В. Фалєєва, С.Л. Фоміна, О.І. Харитонова, Ю.В. Чиненкова, Т.П. Чистової, Е.Д. Чихладзе, О.Л. Шагіна, Ю.В. Школи, В.С. Шмуклера, В.К. Юдіна, О.Ф. Яременка, М.М. Ячменевої, та інших, в яких висвітленні результати дослідження згину з крученням різних прогінних елементів.

У 1940 році М.С. Боришанським були проведені випробування на кручення призми квадратного перетину, армованої плоскими каркасами. Руйнування зразків відбувалося за гвинтоподібними тріщинами. Була закладена ідея методу розрахунку залізобетонних елементів зі спіральною просторовою тріщиною окремо по бетону, окремо по арматурі.

Із зарубіжних дослідників, слідуючи хронології, відзначимо роботи: Баха, Графа, Мерш, Зіа, Коуена. У свій час Мерш запропонував (класичний метод Мерша-Ріттерра) відому схему розподілу дотичних напружень при крученні бетонних елементів, яка лежала в основі розрахункових формул до 1963 року.

Докладний аналіз зарубіжної літератури, присвячений згину і крученню залізобетонних балок, зроблений раніше в кандидатських дисертаціях раніше Ю.В. Чіненковим, І.М. Ляліним та іншими дослідниками [66, 71, 72, 84, 108, 117, 120].

О.О Гвоздєвим і М.М. Лессиг [62, 63, 64, 65] був розроблений метод (метод рівноваги зусиль в просторовому перерізі) розрахунку залізобетонних балок спочатку для прямокутних перерізів, а потім і для кільцевих перерізів, підданих згину з крученням і чистому крученню. В основі методу розрахунку міцності елементів лежали передумови: а) у просторовому перерізі, за яким відбувається руйнування, досягають межі текучості стальні поздовжні і поперечні стрижні; б) в момент утворення пластичного шарніру робота розтягнутого бетону не враховується; в) крок поперечної арматури постійний по всій довжині балки.

Розрахункова методика [65] була поширена для розрахунку міцності двотаврових [83], таврових [89, 112, 111], попередньо напружених балок з важких і легких бетонів [90, 97], нерозрізних балок [95, 96].

В кінцевому підсумку були визначені три можливі схеми руйнування балок з розташуванням стиснутої зони бетону, відповідно, паралельно до верхньої, бічної і нижньої граней [112].

Розрахункові формули були приведені до вигляду:

- для 1-ї схеми руйнування:

$$R_{s}A_{s1} \cdot z_{s1} + R_{sw}A_{sw1} \frac{b}{s_{1}} \frac{c_{1}}{b'_{f}} z_{sw1} = T_{1} \left(\frac{1}{b'_{f}} + \frac{1}{H_{1}} \right);$$
(1.1)

- для 2-ї схеми руйнування:

$$R_{s}A_{s2} \cdot z_{s2} \frac{h}{c_{2}} + R_{sw}A_{sw2} \frac{h - h_{f}}{s_{2}} z_{sw2} = T(1 + 1/\lambda); \qquad (1.2)$$

- для 3-ої схеми руйнування:

$$R_{s}A_{s3} \cdot z_{s3} \frac{h}{c_{2}} + R_{sw}A_{sw3} \frac{b_{f}'}{s_{3}} \frac{c_{3}}{b} z_{sw3} = T(c_{3}/b + 1/H_{3}), \qquad (1.3)$$

де: $R_s A_{s1}$, $R_s A_{s2}$, $R_s A_{s3}$ - рівнодіюча граничних зусиль у всій поздовжній розтягнутій арматурі;

 $A_{sw1}R_{sw}$, $A_{sw2}R_{sw}$, $A_{sw3}R_{sw}$ - граничне зусилля в одному поперечному стержні, розташованому у розтягнутій грані від згину відповідно до 1, 2, 3 схеми руйнування;

*z*_{sw1}, *z*_{sw2}, *z*_{sw3} - відстань від цього стержня до стиснутої грані;

*c*₁, *c*₂, *c*₃ - довжина проекції нейтральної осі на поздовжню вісь елемента, відповідно, для 1, 2, 3 схеми руйнування.

Отже, в перерахованих роботах була обґрунтована прийнята старими вітчизняними нормами [87] методика розрахунку на міцність елементів різних перетинів при дії кручення і спільній дії згину і кручення.

Коротко зупинимося на найбільш важливих дослідженнях зарубіжних авторів. Як показано у роботі [133, 135]. Хемфрісом спільно з Фішером і Купером були проведені досліди на 94 попередньо напружених балках, підданих крученню. Хемфріс відзначає, що з збільшенням стискаючої сили зменшується кут нахилу тріщини до осі обертання зразка і що руйнування за такими похилими тріщинами визване недостатнім зчепленням між в'яжучим і заповнювачем. Він порівнює поверхні зламу ненапруженої балки при крученні з поверхнею зламу циліндричного зразку при косому розтязі і вказує на схожість цих явищ. Хемфріс приходить до переконання, що міцність при крученні попередньо напруженого елемента можна збільшити в порівнянні з міцністю неармованого бетону в 2,5 рази без зміни інших фізичних властивостей бетону. У його дослідах при крученні неармованих зразків дотичні напруження τ_t доходять до 5,1 МПа, тоді як для попередньо напружених елементів τ_t дорівнювали 14 МПа. На думку Хемфріса, дотичні напруження в бетоні при крученні залежать від величин розтягуючих напружень.

Дослідженню залізобетонних елементів, підданих крученню 31 стисненням, присвячені досліди Бісари [124] Він випробував 25 зразків, 18 з яких були піддані крученню зі стисненням. Розміри перерізів зразків (колон) дорівнювали $14 \times 19 \times 98$ см. Протягом всіх дослідів відношення N/Tпідтримувалося постійним. Бісара відзначає, що прикладення крутного моменту до центрального навантаженого зразку зменшує опір елемента стиску. Прикладання ж осьового стискаючого навантаження до закрученого елементу, підданого крученню, збільшує до так званої точки «трансформації» опір елемента крученню. При подальшому збільшенні поздовжньої стискаючої сили за точкою «трансформації» опір елемента крученню зменшується. На думку Бісари точкою «трансформації» слід вважати зусилля, при яких напруження в бетоні дорівнюють 0,65R_{bu} (циліндричної міцності бетону на стиск). При спільній дії поздовжньої сили і крутного моменту $(N/T_b = 0,445 \ 1/cM)$ руйнування коротких слабо армованих колон починається з безперервних тріщин при розтягнутих напруженнях в бетоні, що перевищують $0,65R_{bu}$. На його думку, максимальний крутний момент у точці «трансформації» може бути знайдений (при 0,65*R*_{bu}) з рівняння:

$$T = \left\{ \left[b^2 R_{b,tor} \left(h - 0,333b \right) / 2 \right] + \left[\left(\Omega b_r h_r A_{sw} R_{sw} \right) / s \right] \right\} \sqrt{1 + 12\sigma_b / R_{by}}, \quad (1.4)$$

де

$$\Omega = (0,66\gamma_{s2}R_{sn}/R_{swn}) + 0,333h_r/b_r$$
(1.5)

Професором Коуеном [57] було досліджено 9 попередньо напружених балок, з яких 5 випробувано на згин з крученням. Балки серії *М* мали розміри 15,2 × 22,8 × 259 см, однаково попередньо напружені стержні 4 Ø12, 7 мм (по одному стержню в кожному куті перерізу). Балки випробувані при

 $T/M_t = 0,125 - 0,5$. Коуен вважає, що найбільш прийнятною теорією для порівняння розрахункових і дослідних даних є теорія максимальних напружень Ренкіна. Використовуючи відому формулу для головних розтягуючих напружень, він пропонує критерій руйнування приймати у вигляді:

$$(T/T_b)^2 + \alpha b (h - 0,333b) \cdot M_t / 2h^2 T_b = 1, \qquad (1.6)$$

а умову міцності для попередньо напружених залізобетонних елементів при чистому крученні представити у вигляді:

$$\left(T/T_b\right)^2 - \left(N/K \cdot A \cdot T_b\right) = 1, \qquad (1.7)$$

де T_b - крутний момент, що сприймається неармованим перетином; M_t , T відповідно, згинальний (при крученні) і крутний моменти, що сприймаються напруженим перетином; N - рівнодіюча зусилль в арматурі; K - коефіцієнт зменшення моменту інерції.

Професори Каміяма і Ебара М. провели дослідження попередньо напружених балок при згині з крученням. Балки спочатку завантажувалися згинальним моментом величиною від 50 до 85% від руйнівного навантаження, потім крутним моментом доводилися до руйнування. Відзначається, що зростання кута закручування залежить від глибини тріщини при згині. При цьому, ними пропонується формула:

$$\theta = T/(\alpha b^3 h - bhr^2)G, \qquad (1.8)$$

де α - коефіцієнт форми перерізу;

r - половина глибини тріщини проникнення, в *см*. На думку проф. Каміями існують такі форми руйнування: від згину і стиску, а від кручення – за середньою між цими формою руйнування. Дослідження проф. Каміями мають важливе значення. Ним вперше встановлено дві схеми руйнування, викликані крученням і чистим згином з крученням, які за нормами [87] є нічим іншим, як схеми 2 і 1.

Міхаеску [140] запропонував метод розрахунку визначення величини розкриття тріщин у залізобетонних елементах, підданих чистому крученню.

Для обчислення ширини розкриття тріщин при крученні балок пропонуються формули:

$$a_{crc} = \sigma_{s,II} l \cdot \psi / E_s, \qquad (1.9)$$

де

$$\psi = 0.5 + \frac{W_{red,I} - W_{red,II}}{2W_{s,II}} \frac{R_{bt}}{\sigma_{II,s}}; W_{red,I} = \alpha_{I}b^{3}; W_{red,II} = \alpha_{II}b^{3}; W_{s,II} = M_{II} / \sigma_{s,II},$$

в якій

$$R_{bt} = w\tau_3\beta; w = Q_*/\tau_3l; \beta = 0, 5(\sqrt{h/b} - 1) - 40\mu(1 - 3, 5\sqrt[3]{b/h})d_w,$$
(1.10)

де $W_{red,I}$, $W_{red,II}$ - моменти опору перерізу відповідно для І і II стадій роботи елемента;

l - відстань між сусідніми тріщинами;

 τ_3 - дотичні напруження зчеплення арматури з бетоном; $(\mu/d_w) = 0,02 \div 0,002$. Решту позначень є загальновідомими.

Для перевірки розрахункових формул Міхаеску були випробувані на кручення 29 армованих балок.

Хелі в своїй роботі [134] запропонував методику розрахунку за новими (на той час) австралійським нормам проектування балок, підданих крутному моменту, косоокому згину і поперечній силі. Випробовували балки з мінімальним відсотком поздовжнього армування без хомутів, а також з поперечною, і поздовжньою арматурою. Розрахунки ведуться за трьома схемами руйнування.

Рівняння моментів від зовнішніх і внутрішніх зусиль щодо осі, що проходить через центр ваги стиснутої зони бетону, представлено у вигляді: - для 1-ї схеми руйнування

$$(T/H_1) + T_1 t g \alpha = R_{sn} A_s Z_s + R_{sw,n} A_{sw} \cdot z_{sw}, \qquad (1.11)$$

де α - кут нахилу тріщини руйнування стиснутої грані до осі балки; $H_1 = T_1 / M_{t1}$.

Вираз (1.11) може бути представлений таким чином:

$$T_1\left(\frac{1}{H_1} + tg\alpha\right) = M_t\left(1 + \frac{\varphi_w}{1 + 2\xi}tg^2\alpha\right),\tag{1.12}$$

де
$$\xi = h/b; \, \varphi_w = 0.95 R_{sw,n} A_{sw} (b - 2a_1) / s R_{sn} A_s$$
 (1.13)

Граничний крутний момент за 1-ю схемою руйнування визначається:

$$T_{lim} = M_m \frac{2\varphi_w}{2\xi + 1} \left(\sqrt{\frac{1}{H_1^2} + \frac{1 + 2\xi}{\varphi_w}} - \frac{1}{H_1} \right), \tag{1.14}$$

де M_m - згинальний момент, що сприймається балкою при чистому згині. При чистому крученні з формули (1.14), маємо:

$$T_1 = 2M_m \left(\sqrt{\frac{\varphi_w}{1+2\xi}}\right). \tag{1.15}$$

Схема 2 руйнування виникає, якщо h > b і балка піддана чистому крученню. Схема 3 руйнування аналогічна схемі 1 і виникає у випадку, якщо розтягнута арматура виявляється на верхній грані перерізу.

Граничний крутний момент за 3-ю схемою руйнування визначається за формулою:

$$T_{lim,3} = \frac{2M_{3}\varphi_{w}}{1+2\xi} \left[\sqrt{\frac{1}{H_{3}^{2}} + \frac{(1+2\xi)\rho}{\varphi_{w}}} + \frac{1}{H_{3}} \right],$$
(1.16)

де $\rho = A_{sc}/A_s$; $A_3 = T_3/M_3$

В австралійські норми введені багато емпіричних формул, наприклад:

$$T_{obs} = 1,25b^2 h_0 \sqrt{R_{bu}R_*}; T_{obs} = 0,625Q_{obs}b; (T/T_{obs}) + (Q/Q_{obs}) = 1, \quad (1.17)$$

де Q_{obs} - поперечна сила, що сприймається перетином без урахування кручення.

Хакроборті [125] в статті: «Міцність залізобетонних прямокутних балок при спільній дії зсуву і кручення» пропонує окремо розглядати випадки: а) коли досягається текучість і в подовжній, і в поперечній арматурі; б) коли досягається текучість однієї з вказаних арматур; в) коли арматура при руйнуванні не досягає текучості. Для цих випадків пропонуються емпіричні залежності, що дозволяють отримати відповідні розрахункові формули. Результати розрахунку коротко порівнюються з наведеними в літературі експериментальними даними.

Унгер Н. [145] описує поведінку залізобетонних елементів суцільного і коробчастого перетинів, що зазнають разом зі згином деформацій кручення. Ним проаналізовані результати дослідів з визначення несучої здатності при вільному і стиснутому крученні, отримані різними авторами. Вказується, що поява тріщин веде до істотного зменшення крутильної жорсткості елементів. Наводиться приклад розрахунку міцності балки коробчастого перерізу за запропонованими в цих роботах напівемпіричними формулами.

Аналіз наведених робіт показує, що, в основному, міцність залізобетонних елементів при складних деформаціях вивчалася багатьма авторами. Проте, результати досліджень не призводять до теоретичного вирішення проблеми. У цьому плані найбільш узагальнюючими залишаються розрахункові формули (1.1) - (1.3) радянських дослідників.

1.1.2 Міцність попередньо напружених залізобетонних елементів при крученні з чистим і з поперечним згином

У ряді випадків попереднє напруження може передчасно привести конструкцію до граничного стану. При згині з крученням напружений стан стиснутої зони є складним. Якщо попередньо напружена арматура до моменту вичерпання несучої здатності елемента продовжує залишатися розтягнутою, то зусилля в ній, навпаки, збільшують напруження в бетоні.

У роботі [78] для важких бетонів граничні деформації приймаються такими: $\varepsilon_b = 0,002$. При випробуванні на розрив великого числа арматурних стержнів класу А500 був знайдений модуль пружності, який виявився таким, що дорівнює 0,193·10⁶ МПа.

Дослідженнями було встановлено, що:

$$R_{spn} = 0,002 \cdot 0,193 \cdot 10^6 = 386 M\Pi a \tag{1.18}$$

і рекомендована до застосування формула [40]:

$$\sigma'_{sp,cr} = 386 - \gamma_{sp} \left(\sigma'_{sp} - \sum \sigma'_{l_0,s} \right). \tag{1.19}$$

Згідно [78] для напруженої арматури, розташованої в стиснутій зоні, напруження $\sigma'_{sp,cr}$ приймається таким, що дорівнює

$$\sigma_{sp,cr}' = 400 - \gamma_{sp} \sigma_{sp} , \qquad (1.20)$$

де σ_{sp} - залишкові напруження після всіх втрат в арматурі стиснутої зони, які визначаються при коефіцієнті $\gamma_{sp} > 1$.

Для 1-ї схеми руйнування положення нейтральної осі в просторовому перерізі визначається висотою стиснутої зони x і параметром C_1 , тобто проекцією відрізка нейтральної осі на поздовжню вісь елемента (рис.1.2).

У загальному випадку умова міцності в розрахунковому граничному стані за наявності напруженої та не напруженої арматури відносно осі, що проходить через центр ваги стиснутої зони, може бути представлена у вигляді [90]:

$$T\left(\frac{c_{1}}{b} + \frac{1}{H_{1}}\right) \leq N_{sp1} \cdot z_{sp1} + N_{s1} \cdot z_{s1} + N_{sw1} \cdot z_{sw1} \frac{c_{1}^{2}}{s_{1}(2h+b)} + N_{sp1}' \cdot z_{sp1}' + N_{s1}' \cdot z_{s1}', \qquad (1.21)$$

де $H_1 = T/M_t$; $ctg \beta_1 = c_1/(2h+b)$.

3 рівняння (1.22) визначається значення висоти стиснутої зони:

$$x_{1}d_{1}^{2}R_{bn} = (N_{sp1} + N_{s1} + N_{sw1}\frac{c_{1}^{2}}{s_{1}(2h+b)} - N_{sp1}' - N_{s1}')b; d = \sqrt{c_{1}^{2} + b^{2}}$$
(1.22)

У разі руйнування елемента за 2-ю схемою, стиснута зона розташовується на бічній грані і умова міцності виводиться зі співвідношення моментів зовнішніх і внутрішніх сил відносно осі, що проходить через центр ваги стиснутої зони елемента:
$$T \frac{c_2}{h} (1+H_2) \le N_{sp2} \cdot z_{sp2} + N_{s2} \cdot z_s + N_{sw2} \cdot z_{sw2} \frac{c_2^2}{s_2 (2b+h)} + N'_{sp2} \cdot z'_{sp2} + N'_{s2} \cdot z'_{s2},$$

$$H = O_{sp2} / 2T$$
(1.23)

де $H = Q_b/2T$.

Висота стиснутої x₂ зони визначається з рівняння проекцій всіх сил, які діють в просторовому перерізі, що розглядається, на нормаль до площини стиснутої зони:

$$x_2 d_2^2 R_{bn} = \left(N_{sp2} + N_{s2} + N_{sw2} \frac{c_2^2}{s_2 (2b+h)} - N'_{s2} - N'_{sp2} \right) h, \qquad (1.24)$$

$$\mu e \ d_2 = \sqrt{c_2^2 + h^2} \ .$$

Величини c_1 і c_2 , відповідно, для 1-ї та 2-ї схем руйнування визначаються за формулами [82, 77]:

$$c_{1} = \frac{b}{H_{1}} + \sqrt{\left(\frac{b}{H_{1}}\right)^{2} + \frac{N_{sp1}}{N_{sw1}}} s_{2} \left(2h + b\right) \le 2h + b, \qquad (1.25)$$

$$c_{2} = \sqrt{\frac{N_{sp2}}{N_{sw}}} s_{2} \left(2b+h\right) \le 2b+h.$$
(1.26)

Несуча здатність елемента при крученні визначається з умови (1.23) при H₂ = 0 [82].

У формулах (1.21) - (1.26) відповідно до 1-ї та 2-ї схем руйнування позначено: N_{sp1}, N_{sp2} і N_{s1}, N_{s2} - рівнодіючі зусиль, відповідно, у напруженій і ненапруженій розтягнутій арматурі; N'_{sp1}, N'_{sp2} і N'_{s1}, N'_{s2} - рівнодіючі зусиль, відповідно, у напруженій і ненапруженій стиснутій арматурі; N_{sw1}, N_{sw2} рівнодіючі зусиль у поперечній арматурі; z'_{sp1}, z'_{sp2} і z'_{s1}, z'_{s2} - плечі внутрішніх зусиль, відповідно, для напруженої і ненапруженої стиснутої арматури; z_{sw1}, z_{sw2} - плечі внутрішніх пар зусиль у хомутах на відповідних гранях. Напруження $\sigma'_{sp,cr}$ в арматурі A'_{sp} в момент руйнування елемента визначається, виходячи з умови, що розкриття тріщин по висоті перерізу пропорційно відстані від нейтральної осі. Ширина розкриття тріщини пропорційна до деформацій арматури:

$$\Delta \varepsilon'_{sp,cr} = \Delta \varepsilon_{sp,inf} \left(a'_{sp} - x_1 \right) / (h_0 - x_1), \qquad (1.27)$$

де $\Delta \varepsilon'_{sp,cr}$, $\Delta \varepsilon_{sp,inf}$ - прирости деформацій у верхній і нижній арматурі від повороту перерізу навколо нейтральної осі. Повні деформації верхньої арматури з урахуванням деформацій від попереднього напруження дорівнюють:

$$\varepsilon_{sp,cr}' = \varepsilon_{sp,sup}' + \Delta \varepsilon_{sp,inf} \frac{a_{sp}' - x_1}{h_0 - x_1},$$

звідки:

$$\sigma'_{sp,cr} = \sigma'_{sp} + \frac{\Delta \varepsilon_{sp,inf} E_s}{h_0 - x_1} \left(a'_{sp} - x_1 \right) \le R'_{sp1}.$$
(1.28)

Внаслідок нелінійного зв'язку між напруженнями та деформаціями в нижній арматурі величина напружень повинна зберігатися умова:

$$\frac{\Delta \varepsilon_{sp,\inf} E_s}{h_0 - x_1} (a'_{sp} - x_1) > \frac{R'_{spn,1} - \sigma_{sp}}{h_0 - x_1} (a'_{sp} - x_1).$$

Тому можна прийняти:

$$\sigma'_{sp,cr} = \sigma'_{sp} + \frac{R'_{spn,1} - \sigma_{sp}}{h_0 - x_1} \left(a'_{sp} - x_1 \right).$$
(1.29)

Результати випробувань попередньо напружених балок показали, що якщо при чистому згині велика частина перетину розтягнутої зони не враховується в розрахунку, то при згині з крученням похилі смуги між гвинтовими тріщинами в основному опираються руйнуванню. Тому, зі збільшенням впливу крутного моменту передумова [87] «опір бетону розтягу приймається таким, що дорівнює нулю» стає не зовсім точною.

1.1.3 Міцність елементів прямокутного перерізу при згині з крученням та урахуванням зниження межі текучості арматури

В роботі [4] викладено розрахунок елементів з урахуванням дотичних напружень в арматурних стержнях зі зниженням межі текучості сталі внаслідок цього. При утворенні тріщин суцільний переріз бруса починає працювати подібно порожнистому, в якому «потік» дотичних сил рівномірно циркулює за периферійними смуговими зонами бруса.

Оскільки моменти M_x і T_x діють у площинах, перпендикулярних координатній площині *XOZ*, то вони можуть геометрично складатися.

$$\frac{M_{mt,xI}}{M_{mt,xII}} \} = \frac{\overline{M}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{M_t}{2}\right)^2 + \overline{T}_x^2} = 0,5 \left(\overline{M}_t \pm \sqrt{\overline{M}_t^2 + \overline{T}_x^2}\right),$$
(1.30)

де

$$M_t = M_t/b; \, \overline{T}_x = T_x/b; \, \overline{T}_x = T_y = T/2.$$
 (1.31)

Кути нахилу головних моментів-векторів α_1 і α_{11} знаходяться зі співвідношення:

$$\frac{tg \, 2\alpha_{\rm I}}{tg \, 2\alpha_{\rm II}} \} = \mp \frac{2\overline{T_x}}{\overline{M_t}} = \mp \frac{T}{M_t}.$$
(1.32)

Рівнодіюча зусиль, що сприймається арматурою в розтягнутій зоні, виражається:

$$N_{sx} = M_{mt,xI} / z_y, \text{ If } M_{mt,xI} = \overline{M}_{mt,xI} b / \cos \alpha, \qquad (1.33)$$

де z_y - плече внутрішньої пари сил в перерізі.

Нормальні і дотичні напруження від M_t , T в поздовжній арматурі (з площею A_{sy}), розташованій біля вертикальної грані y = h/2, відповідно, виражаються:

$$\sigma_{m} = M_{t}/z_{y} \cdot A_{sx};$$

$$\sigma_{tx} = (T_{x}/z_{y} \cdot A_{sx}) = T/2z_{y} \cdot A_{sx};$$

$$\tau_{xy} = (T_{x}/z_{y} \cdot A_{sx}) = T/2z_{y} \cdot A_{sy}.$$
(1.34)

Нормальні і дотичні напруження в поздовжній арматурі (площею A_{sy}), розташованої біля горизонтальної x = b/2 від дії крутного моменту T_x дорівнюють:

$$\sigma_{ty} = T \cdot K_x / 2z_x \cdot A_{sy}; \quad \tau_{xy} = T \cdot K_x / 2z_x \cdot A_{sy}, \quad (1.35)$$

де z_x - плече внутрішньої пари сил перерізу в площині головного моменту - вектора $M_{mt,x1}$;

 K_x - коефіцієнт, що враховує наявність поперечної арматури на стороні x = b/2.



Рис. 1.1 До визначення зусиль у поздовжній та поперечній арматурі із умови її сумісного деформування: а) схема розкриття похилої тріщини; б) схема зусиль (1,2 – відповідно, поздовжня і поперечна арматура, 3 – похила

тріщина) за [4]

Із рис 1.1 випливає, що:

$$N_{x} + S_{s} = N_{sy} \sin \beta; \qquad N_{s} + S_{x} = N_{sy} \cos \beta;$$

$$(N_{x}/S_{x}) = (N_{s}/S_{s}) \quad \text{afo} \quad (S_{s}/S_{x}) = (N_{s}/N_{x}). \qquad (1.36)$$

У випадку, коли $\beta = 45^{\circ}$, маємо:

$$N_s + S_s = N_x + S_x; \Delta_s = \Delta_x; \left(N_s l_{crc} \psi_{sy} / E_s A_{sy} \right) = N_x l_{crc} \psi_x / E_s A_{w,tot}, \quad (1.37)$$

де $A_{w,tot}$ - площа всіх хомутів, що перетинаються похилою тріщиною (інші позначення відповідають [77]).

Якщо прийняти $\psi_{sy} \approx 2\psi_x$, $E_s \cong E_{\omega}$, то з формули (1.37) слідує, що:

$$(N_x / N_s) = 2A_{w,tot} / A_{sy}.$$
 (1.38)

При $\sin \beta_1 = \cos \beta_1 = 0,707$ з формули (1.36) – (1.38) знаходимо зусилля, що сприймається повздовжньою арматурою:

$$N_s = 0,707 N_{sy} K_x, (1.39)$$

де

$$K_{x} = 1 / (2A_{w,tot} / A_{sy}).$$
(1.40)

Границя текучості поздовжньої арматури в елементі, підданому згину з крученням, може бути встановлена на підставі умови текучості Губера-Генкі-Мізеса [88]:

$$\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 + 3\tau_{xy}^2 + 3\tau_{yz}^2 + 3\tau_{xz}^2 - \sigma_x\sigma_y - \sigma_y\sigma_z - \sigma_x\sigma_z = R_{yn}^2.$$
(1.41)

При $\sigma_x = \sigma_y = 0; \tau_{xy} = 0$ формула (1.41) приймає вид:

$$\sigma_z^2 + 3\tau_{yz}^2 + 3\tau_{xz}^2 = R_{yn}^2 \tag{1.42}$$

або $(\sigma_m + \sigma_{tx} + \sigma_{ty})^2 = 3\tau_{yz}^2 + 3\tau_{xz}^2 = R_{yn}^2$.

Якщо виразити доданки рівняння (1.42) через σ_m , з формули (1.34) і (1.33), будемо мати:

$$\sigma_{tx} = 0,5T\sigma_m/M_t; \qquad \sigma_{ty} = 0,5\frac{T \cdot z_y \cdot A_{sx}}{M_t \cdot z_x \cdot A_{sy}}K_x\sigma_m; \sigma_{xz} = 0,5\sigma_m/M_t; \qquad \tau_{yz} = 0,5\frac{T \cdot z_y \cdot A_{sx}}{M_t \cdot z_x \cdot A_{sy}}K_x\sigma_y.$$
(1.43)

З основного рівняння (1.42) обчислюється значення σ_m у залежності від R_{yn} , потім - граничні значення згинального і крутного моментів:

$$M_{tu} = \sigma_m z_y A_{sx}; \quad T_u = 2\tau_{xy} z_y A_{sx}. \tag{1.44}$$

При симетричному армуванні $A_{sx} = A_{sy}$; $A_s = A'_s$

3 метою підтвердження цієї теорії авторами [6] проведено досліди над балками при $H_1 = T/M_t = 0,4; 0,6; 0,8; 1,0$. На рис. 1.2 наведено розміри і армування балок і схема випробувальної дослідної установки.



Рис. 1.2 Розміри балки і схема випробування [6]

Автори [6] відзначають, що перші тріщини у балках, випробуваних при $H_1 = 0, 4 - 0, 8$ виникали на розтягнутій від згину грані, а у балках, випробуваних при $H_1 = 1, 0, -$ по середині бічних граней. Момент появи перших тріщин становив 36-51% від руйнівного моменту. Кут нахилу тріщин на вертикальних гранях у балок, випробуваних при різних величинах H_1 , змінювався від 80 ° до 45 °.

Ними було встановлено, що границя текучості в поздовжній арматурі при згині (від зусиль розтягу) з крученням (від дотичних сил) знижується в порівнянні з величиною границі текучості арматури елемента, що згинається.

Величини згинальних моментів при складному завантаженні були меншими порівняно з величинами згинальних моментів при чистому згині на 45% при $H_1 = 0,4$, на 70% при $H_1 = 0,6$, на 90% при $H_1 = 0,8$, на 115% при $H_1 = 1,0$. Таке зменшення величин моментів автором [90] було виявлене ще раніше.

відзначають, дослідах середнє відхилення Автори [6] ЩО В розрахункових значень від дослідних даних становило 5%, тоді як за формулами СНиП [87] розбіжність досягала 30%. На їхню думку розбіжність дослідних величин від розрахункових (за нормами) пояснюється умовністю прийнятої величини C₁ - проекції похилої тріщини, яка визначається або за теоретичним мінімумом руйнівного навантаження, рівності або 3 $C_{\text{max}} = 2b + h$, що відповідає чистому крученню.

М.І. Тимофєєв [92] випробував циліндри діаметром 10 і 14 см, висотою 30 і 50 см на кручення. На основі результатів випробувань 117 зразків ним рекомендуються до застосування нові нормативні (і розрахункові) характеристики бетонів крученню. На думку автора, нормативним опором бетону крученню $R_{bn,tor}$ слід приймати міцність циліндра, діаметром 10 см, заввишки 30 см, підданого руйнуючій дії крутному моменту.

Таблиця 1.1.

Характеристичні (нормативні) $R_{bn,tor}$ та розрахункові $R_{b,tor}$ опори бетону крученню (в МПа, при $\gamma_{b9} = 0,90$) за Тимофєєвим М.І. [93]

	B 10	B 15	B 20	B 25	B 30	B 40	B 50
$R_{bn,tor}$	1,1	1,5	1,9	2,3	2,7	3,6	4,5
$R_{b,tor}$	0,7	1,0	1,2	1,4	1,6	2,2	2,7

1.2. Дослідження тріщиностійкості балок при крученні, згині з крученням

Навантаження, що відповідають перелому кривої залежності між крутним моментом і відносними деформаціями бетону й арматури, або кутами закручування у багатьох випадках приймаються в якості моментів утворення тріщин.

Напружений стан, викликаний впливом кручення, характеризується розвитком спіральних тріщин (перший тип), що розвиваються по всьому периметру просторового перерізу. Напружений стан, викликаний впливом згину та кручення, характеризується в основному розвитком тріщин (другий тип тріщин), що розкриваються в розтягнутій від згину зоні і на одній із вертикальних граней, де дотичні напруження від кручення і поперечної сили складаються.

У відповідності з нормами [87] крутні моменти можна визначити з умов:

$$\sigma_{mt} \le R_{bt,ser} \qquad npu \quad \sigma_{mc} \le 0,5R_{bn}, \qquad (1.45)$$

$$\sigma_{mt} \leq 2R_{bt,ser} \left(1 - \frac{\sigma_{mc}}{R_{bt,ser}} \right) \qquad npu \quad \sigma_{mc} > 0, 5R_{bn}.$$
(1.46)

У дослідженнях [120] крутні моменти, що відповідають появі перших тріщин, визначалися таким чином.

при чистому крученні:

$$T_{crc,1} = R_{btn} \cdot W_{pl,t}; \qquad (1.47)$$

 при спільній дії згинального і крутного моментів, а також за наявності поздовжньої сили, крутний момент, при якому появляються перші тріщини на розтягнутій від згину грані, визначаються за формулою:

$$T_{crc,2} = R_{bt,ser} \left/ \frac{1}{2H, W_{pl,t}} + \sqrt{\frac{1}{\left(2H, W_L\right)^2} + \frac{1}{W_{pl,t}^2}};$$
(1.48)

 для балок з попереднім напруженням арматури крутні моменти, що відповідають появі перших тріщин, визначаються за формулами:

$$T_{crc,1} = R_{bt,ser} \cdot W_{pl,t} \sqrt{1 + \frac{\sigma_{bt}}{R_{bt,ser}}}; \qquad (1.49)$$

$$T_{crc,2} = R_{bt,ser} \cdot W_{pl,t} \sqrt{\left(\frac{W_{pl,t}}{2W_L H_1}\right)^2 + \left(1 + \frac{\sigma_{bt}}{R_{bt,ser}}\right)} - \frac{W_{pl,t}}{2H_1 W_L};$$
(1.50)

$$T_{crc,3} = R_{bt,ser} \cdot W_{pl,t} \sqrt{\frac{1 + \left(\sigma_{bt}/R_{bt,ser}\right)}{\left(\frac{S_{red} \cdot W_{pl,t}}{I_{red} \cdot b \cdot \lambda \cdot z_s}\right)^2 + \left(\frac{2S_{red} \cdot W_{pl,t}}{I_{red} \cdot b \cdot \lambda \cdot z_s}\right) + 1}},$$
(1.51)

де $\lambda = T/Q \cdot z_a$; $W_L = 1,75W_{red}$; $W_{pl,t} = 0,56^2 (b_f + h - 0,5h_f - 0,333b)$; (1.52) z_a - відстань від зовнішньої вертикальної стиснутої грані до площини дії

згинальних моментів. Інші позначення - загальновідомі.

Кут нахилу тріщини до осі балки можна визначити за формулою:

$$tg2\alpha_{\rm inf} = 2H_1W_L/W_{pl,t}$$
 (1.53)

1.3. Дослідження деформацій стержнів прямокутного профілю при спільній дії згинальних і крутних моментів та поздовжніх сил

Теорія деформування складно напруженого залізобетону розроблена М.І. Карпенком [49]. Основні положення цієї теорії полягають в тому що: а) в момент появи тріщин дія потоку дотичних сил, до якого приведено дію крутного моменту, переміщається на один рівень поперечної та поздовжньої сили; б) деформації елемента залежать від деформацій: арматури, смуг бетону між тріщинами, стиснутої зони бетону; в) з рівноваги розрахункового елемента визначаються середні деформації, за якими визначаються кути зсуву, кути закручування і кривизна.

Розглядається плоский напружений стан стінок коробчастих перерізів. Розрахунок розроблений для елементів: з наскрізними і некрізними тріщинами; Формули побудовані так, що товщина стінок h не обмежується і дає можливість переходу до суцільного перетину. Якщо в елементі коробчастого перерізу тріщини проникають на всю товщину стінок, то в елементах суцільного перерізу тріщини проникають, лише на деяку частину перерізу. У центрі перетину деякий час залишається ядро бетону, вільне від тріщин, яке впливає на деформації в арматурі.

Наскрізні тріщини. За допомогою суміщення ліній розташування хомутів і поздовжньої арматури вибирається одна силова поверхня, розташована на лінії a_0 і h_0 посередині між лініями a_n , a_x і b_n , b_x , (рис 1.3).



Рис. 1.3 До визначення напружень в арматурі в місцях проходження тріщин: схема розрахункового елемента (а), схема зусиль на силовій поверхні (б),

схема дотичних зусиль у поздовжній арматурі (в) за [92]

Наведені значення площ арматури дорівнюють:

$$A_{sy,inf} \approx \tilde{A}_{sy,inf} (a_n + a)/(a_0 + a);$$

$$A_{sy,sup} \approx \tilde{A}_{sy,sup} (a_n + a)/(a_0 + a);$$

$$a_s \approx \tilde{a}_s (b_x + a_x)/(a_0 + b_0),$$

(1.54)

де 2A_{sy,inf}, 2A_{sy,sup} - площі двох нижніх і верхніх подовжніх стрижнів.

Дотичні сили на рівні розрахункової поверхні дорівнюють:

$$N_{yx} = N_{yz} = N/2a_0b_0. (1.55)$$

Поверхня тріщин проходить гвинтоподібно за перетинами 1 5 9 10; 9 10 11 12; 11 12 13 14; 13 14 15 16; дотримується рівність відповідних відрізків.

Напруження в хомутах вертикальних ($\sigma_{s,u}$) стінок, в хомутах ($\sigma_{sx,i}$), нижній (н - «inf»), верхній (у - «sup») горизонтальних стінок визначаються з рівняння проекцій сил, прикладених до граней трикутних елементів. Відповідно на осі Z i X дорівнюють:

$$\sigma_{sx,i} = N_{yx}\lambda_i \, ctg\alpha_{0,i}/a_s \, ; \, \sigma_{sz} = N_{yz}\lambda \, ctg\alpha_0/a_s \, ; \qquad (1.56)$$

де: λ_i , λ - коефіцієнти, що враховують вплив дотичних сил в арматурі [20].



Рис. 1.4 1- схема руйнування (а); 2- схема руйнування (б) за [92]

З рівняння моментів відносно граней 17-18 і 19-20 елемента можна отримати формули:

$$\sigma_{sy,inf} = \frac{N_t + N}{4A_{sy,inf}} + \frac{M + M_t}{2A_{sy,inf} \cdot a};$$
(1.57)

$$\sigma_{sy,sup} = \frac{N_t + N}{4A_{sy,sup}} - \frac{M + M_t}{2A_{sy,sup} \cdot a_0},$$
(1.58)

де

$$N_{t} = N_{xy} \left[2a_{0}tg\alpha_{0} + b_{0} \left(tg\alpha_{0,inf} + tg\alpha_{0,sup} \right) \right];$$

$$M_{t} = 0.5N_{xy}a_{0}b_{0} \left[tg\alpha_{0,inf} - tg\alpha_{0,sup} \right].$$
(1.59)

Усереднені значення дотичних і нормальних напружень в бетоні можна знайти з формул:

$$\tau = T/W_{pl,t}; W_{pl,t} = 2h(ab - bh - ah + 4h^2/3);$$
(1.60)

$$\sigma_{y,b} = N/\tilde{A}_{red}; \sigma_{y,inf} = (N/A) + (M/W_{pl,t}); \sigma_{y,sup} = (N/A) - (M/W_{pl}). \quad (1.61)$$

Некрізні тріщини. Елемент обмежений з лівого боку гвинтоподібною поверхнею, що проходить по тріщинах лише в розтягнутій зоні. Зберігається рівність кутів нахилу тріщин на рівні стінок силової поверхні:

$$a \cdot tg\alpha = a_0 \cdot tg\alpha_0; \ b \cdot tg\alpha_{\inf} = b_0 \cdot tg\alpha_{0,\inf}; \ b \cdot tg\alpha_{\sup} = b_0 \cdot tg\alpha_{0,\sup}.$$
(1.62)

З рівняння моментів всіх сил, прикладених до розрахункового елементу відносно осі, що проходить через центр ваги стиснутої зони, маємо:

$$\sigma_{sy,inf} = \left[M + M_t + l_0 (N + N_t) \right] / \left[2A_{s,inf} \left(0, 5a_0 + l_0 \right) \right].$$
(1.63)

Середні напруги в бетоні стиснутої зони дорівнюють:

$$\sigma_{by}' = -\left[M + M_t + \frac{a_0}{2} (N + N_t)\right] / \left[A_b' (0, 5a_0 - l_0)\right] - N_{xy} t g \alpha_{0, \sup} / \tilde{x}_T, \quad (1.64)$$

де: $A' \approx \tilde{x}_T (2x_1' - b_0);$ при $x_T \ge h$, $\tilde{x}_T = h;$ при $x_T < h, \tilde{x}_T = x_T.$

Знаючи величини τ , σ_{by} , $\sigma_{y,sup}$, $\sigma_{y,inf}$, $\sigma_{sx,i}$, $\sigma_{sy,i}$, σ_{sz} , можна визначити відносні і середні деформації бетону та арматури, зрушення граней елемента.

Кривизна елемента K_y в площині YOZ і відносне подовження на рівні осі $OY(\varepsilon_{oy})$ дорівнюють:

$$K_{y} = (\varepsilon_{sy,inf} - \varepsilon_{sy,sup}) / a_{0}; \qquad (1.65)$$

$$\varepsilon_{oy} = 0.5 \Big(\varepsilon_{sy,inf} + \varepsilon_{sy,sup} \Big). \tag{1.66}$$

В остаточному вигляді фізичні рівняння деформацій для K_y , ε_{oy} , λ можна записати у вигляді:

$$K_{y} = BM + B_{t}T + B_{N}N;$$

$$\lambda = DM + D_{t}T + D_{N}N;$$

$$\varepsilon_{ov} = CM + C_{t}T + C_{N}N,$$

(1.67)

де B_j, D_j, C_j (j = t, N) - жорсткістні коефіцієнти матриць жорсткості [72].

1.4. Стан та перспективи розвитку інженерних методів розрахунку складного опору залізобетонних елементів

1.4.1 Загальна оцінка напруженого стану при згині з крученням балок. Визначення висоти стиснутої зони

Незважаючи на складність проблеми, що розв'язується, підходи до розрахунків міцності елементів, що зазнають кручення, виявилися багатоваріантними. Існуюче різноманіття напрямків у вивченні складного опору бетону поки - що не призвело до належного висвітлення даної проблеми. Довгий час розрахунок за СНиП 2.03.01-84* тільки по міцності здійснювався як перевірочний. Проте, в цих та ще інших нормах так і не було розв'язане питання про зв'язок: крутний момент - кут закручування.

М.І. Тимофєєвим [92] була запропонована загальна оцінка міцності при згині з крученням балок, що базується на розгляді двоосного напруженого стану стиснутої зони бетону, яка не претендує на істину в першій інстанції. Якщо згин розглядається як стиск - розтяг протилежних граней перетину, то кручення ним також розглядається, як стиск розтяг протилежних похилих смуг бетону між похилими тріщинами. Причому, він вважає, що згинальні M_t і крутні T_w моменти можна геометрично складати, оскільки обидва діють в площинах, перпендикулярних координатній площині *XYZ*.

Міцність крайньої фібри стиснутої зони при поперечному згині з крученням за [91] може бути визначена за формулами:

$$M_{t} = \int_{A} \sigma_{b} y dA_{b}; \qquad (1.68)$$

$$Q = \int_{A} \tau_b dA_b; \qquad (1.69)$$

$$T = \int_{A} \tau_b \rho dA_b \tag{1.70}$$

Досліди [92] показують, що руйнування балки за нормальним перерізом, як правило, пов'язане зі згинальним моментом; руйнування за навскісною тріщиною відбувається в результаті роздавлювання бетону стиснутої зони над косою тріщиною. Діагональна тріщина від опори до точки прикладання навантаження, величина проекції якої дорівнює *C*, виникає в зоні максимальних розтягнутих напружень при зрізі; згині та крученні. Похилі тріщини під кутом 45 ° до осі виникають при чистому крученні.

Механізми розвитку різних тріщин в бетоні досі ще повністю не встановлені. Для визначення моменту виникнення тріщин та ширини їх розкриття в [92] пропонується функція, знайдена експериментально:

$$\mathcal{D}(R_*) = F(R_{bn}) \cdot P(V_0), \qquad (1.71)$$

де A - відстань від опори до початку косої тріщини; A+C - відстань від опори до навантаження (проліт зрізу); $V_0 = (A+C)/h_0$; R_* ; - кубикова міцність бетону.

Положення нейтральної осі в перерізі розглядається, як один з найважливіших параметрів при визначенні граничних зусиль M_t , Q,

 $H_1 = \frac{T}{M_t}$. Як відомо, закон плоских перерізів не зберігається навіть при одночасній дії зусиль M_t , Q, особливо після утворення косої тріщини.

Деформації балки в області похилої тріщини відбуваються в результаті її «обертання при зрізі». Наприклад, обертання навколо умовної точки «О» на похилій тріщині. Стисла зона при дії зусиль M_t , Q, T вважається незмінною.

3 рис. 1.5а видно, що вкорочення верхньої фібри бетону і подовження розтягнутої зони складають:

$$\Delta l_{b,\sup} = x t g \alpha \approx x \varphi; \tag{1.72}$$

$$\Delta l_{s,\inf} = \varphi(h_0 - x) / \sin \alpha . \qquad (1.73)$$

Звідки:

$$\Delta l_{b,\sup}(h_0 - x) = \Delta l_{s,\inf} \cdot x \cdot \sin \alpha.$$
(1.74)

Враховуючи наближеність, для даного випадку (закону плоских перетинів) формула (1.74) може бути представлена у вигляді:

$$\varepsilon_{b,\sup}(h_0 - x) = \varepsilon_{s,\inf} \cdot x. \tag{1.75}$$

Деформації верхньої фібри бетону можна виразити за рис. 1.56:

$$\Delta l_{b,\sup} = \int_{x/tg\,\alpha}^{h_0/tg\,\alpha} \varepsilon_{bx} \left(X; Y=0 \right) dX \text{ also } \varepsilon_{bx} \left(X = \frac{x}{tg\,\alpha}; Y=0 \right) = \varepsilon_{bu} \,. \tag{1.76}$$

З умови рівноваги рівнодійна всіх зусиль в перерізі має дорівнювати силі N_b :

$$N_b = R_{bn} \cdot b \cdot x = \sigma_{bx} \cdot b \cdot x \cdot tg\alpha \tag{1.77}$$

або

$$\sigma_{bx}(X) = \frac{x \cdot R_{bn}}{X \cdot tg\alpha}.$$
(1.78)



Рис.1.5 а) механізм обертання перерізу при згині, б) деформування верхньої фібри бетону $\Delta l_{b, \mathrm{sup}}$ за [92]

Виражаючи нормальні напруження за допомогою параболічної залежності ($\varepsilon_b = \varepsilon_{bx} / \varepsilon_{bu}$) через відносні деформації, маємо:

$$\left(\sigma_{bx}/R_{bn}\right) = 2\varepsilon_b - \varepsilon_b^2 \tag{1.79}$$

або

$$\varepsilon_b = 1 - \sqrt{1 - \left(\sigma_{bu} / R_{bn}\right)} \quad . \tag{1.80}$$

З урахуванням формул (1.78), (1.80) розподіл деформацій уздовж крайньої фібри можна виразити:

$$\varepsilon_{bx} = \varepsilon_{bu} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{x}{X \cdot tg\alpha}} \right]$$
(1.81)

abo
$$\Delta l_{b,\sup} = \varepsilon_{bu} \int_{x/tg\,\alpha}^{h_0/tg\,\alpha} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{x}{X \cdot tg\,\alpha}} \right] dx.$$
(1.82)

Рішення рівняння (1.82) представляється у вигляді:

$$\Delta l_{b, \text{sup}} = \frac{\varepsilon_{bu} h_0}{tg \alpha} \left[1 - \frac{x}{h - \sqrt{1 - (x/h)}} + 0.5 \xi l_n \frac{1 + \sqrt{1 - \xi}}{1 - \sqrt{1 - \xi}} \right], \quad (1.83)$$

де $\xi = (x/h_0)$ - висота стиснутої зони бетону.

При спільній дії поперечного згину з крученням (за наявності трапецеїдальної форми стиснутої зони $x > x_1$, рис. 1.5 а), рівняння (1.83) приймає вид:

$$\Delta l_{b, \text{sup}} = \frac{\varepsilon_{bu} h_0}{tg\alpha} \left[1 - \frac{x_1}{h - \sqrt{1 - (x_1/h)}} + 0.5\xi l_n \frac{1 + \sqrt{1 - \xi_1}}{1 - \sqrt{1 - \xi_1}} \right].$$
(1.84)

З рівнянь рівноваги в перетинах при поперечному згині та при поперечному згині з крученням, маємо:

$$M_{Q} = b \cdot x \cdot R_{bn} \left(h_{0} - 0, 5x \right), \tag{1.85}$$

$$T = H_1 M_t = b \cdot x_1 \cdot R_{bn} \cdot \sin^2 \theta (h_0 - 0, 5x_1), \qquad (1.86)$$

$$b \cdot x_1 \cdot R_{bn} \cdot \sin^2 \theta = A_s E_s \varepsilon_s \quad . \tag{1.87}$$

Стисла зона просторового перерізу в [92] умовно приймається площиною, розташованою під кутом θ до поздовжньої осі елемента, а опір бетону стиску – напруженням $R_{bn} \sin^2 \theta$, рівномірно розподіленим по стиснутій зоні [87].

Деформації елемента нижньої зони характеризується «витягуванням» поздовжньої арматури із зони зачеплення її з бетоном.

Позначаючи коефіцієнт зчеплення через 1/ с (1/см), маємо:

$$\Delta l_{s,\inf} = \varsigma \cdot \varepsilon_s^2 \tag{1.88}$$

Представляючи в рівняннях (1.74) значення величин з формул (1.84), (1.88), М.І. Тимофєєв [101] отримав вираз деформованого стану розтягнутої зони при поперечному згині з крученням:

$$\varepsilon_{s} = \sqrt{\left\{\frac{\varepsilon_{bu} \cdot h_{0}}{\zeta t g \alpha \sin \alpha} \left[\left(\frac{1}{\xi_{1}} - 1\right)\left(1 - \xi_{1} - \sqrt{1 - \xi_{1}}\right) + 0, 5\xi_{1}L_{n}\frac{1 + \sqrt{1 - \xi_{1}}}{1 - \sqrt{1 - \xi_{1}}}\right]\right\}}$$
(1.89)

У неявній формі невідома величина $\xi_1 = (x_1/h_0)$ може бути знайдена з спільного вирішення рівнянь (1.87), (1.89):

$$\frac{R_{bn} \cdot \sin^2 \theta}{\mu_s E_s} \sqrt{\frac{\zeta \cdot tg \alpha \sin \alpha}{\varepsilon_{bu} \cdot h_0}} = \frac{1}{\xi_1} \sqrt{\left[\left(\frac{1}{\xi_1} - 1\right)\left(1 - \xi_1 - \sqrt{1 - \xi_1}\right) + 0, 5\xi_1 L_n \frac{1 + \sqrt{1 - \xi_1}}{1 - \sqrt{1 - \xi_1}}\right]}.$$
(1.89*a*)

Запропоноване рівняння (1.89) дає загальне рішення задачі, а саме: визначає міцність стиснутої зони бетону при спільній дії M_t , Q, T.

Для практичного вирішення задачі рівняння (1.89) потрібно представити в іншому вигляді. За результатами обробки дослідних (рис. 1.6, *H*₁, *ω*) в [77] було отримано:

$$\xi = \left(0,55 - 0,85\sqrt{H_1}\right); \quad \xi = \left[1/(0,8\omega + 1,7)\right], \quad (1.90)$$

де:

$$(0,8\omega+1,7)(0,55-0,85\sqrt{H_1})=1;$$
 (1.90)



Рис.1.6 Криві вірогідності відношення $M_{td} / M_{t,obs}$

$$\omega = \frac{R_{bn}}{\mu_s E_s} \sqrt{\frac{\varsigma \cdot tg\alpha \cdot \sin\alpha}{\varepsilon_{bu} \cdot h_0}} \quad . \tag{1.91}$$

Рішення для величин ξ , ξ_1 представлені у вигляді:

$$\xi = \left(\frac{0.8R_{bn}}{\mu_s E_s} \sqrt{\frac{\zeta \cdot tg\alpha \cdot \sin\alpha}{\varepsilon_{bu} \cdot h_0}} + 1,7\right)^{-1};$$
(1.92)

$$\xi_{1} = \left(\frac{0.8R_{bn} \cdot \sin^{2}\theta}{\mu_{s}E_{s}} \sqrt{\frac{\zeta \cdot tg\alpha \cdot \sin\alpha}{\varepsilon_{bu} \cdot h_{0}}} + 1,7\right)^{-1}.$$
(1.93)

З формул (1.74), (1.88), (1.90) деформації стиснутої зони бетону та розтягнутої арматури у [9] представлені:

$$\Delta l_{b, \text{sup}} = \frac{\varepsilon_{bu}}{tg\alpha} \left(\frac{1 - 0.8\xi}{1.7}\right)^2 \frac{xh_0}{h_0 - x};$$
(1.94)

$$\varepsilon_{s} = \frac{1 - 1,7\xi}{0,8} \sqrt{\frac{\varepsilon_{bu} \cdot h_{0}}{\varsigma \cdot \sin \alpha \cdot tg \alpha}} .$$
(1.94*)

Рівняння рівноваги для попереднього напруженої балки мають вигляд:

$$N_{sp} = N_b = \left[M_t / (h_0 - 0, 5x) \right] = A_{sp} E_s \cdot \varepsilon_{spt} , \qquad (1.95)$$

$$N_{sp} = E_s A_s \left(\varepsilon_{sp} + \varepsilon_s \right) = N_{bs} = R_{bn} \cdot b \cdot x; \ \varepsilon_{spt} = \varepsilon_{sp} + \varepsilon_s \,. \tag{1.96}$$

Значення $\xi = (x/h_0)$ з урахуванням формул (1.92), (1.96) може бути знайдено з рівняння:

$$\xi = \left[1 + 0, 8\varepsilon_{sp} \sqrt{\frac{\varsigma \cdot tg\alpha \cdot \sin\alpha}{\varepsilon_{bu} h_0}} \right] / \left[\frac{0, 8R_{bn}}{E_s \mu_s} \sqrt{\frac{\varsigma \cdot tg\alpha \cdot \sin\alpha}{\varepsilon_{bu} h_0}} + 1, 2 \right], \quad (1.97)$$

де ς - характеристика зчеплення арматури з бетоном (в см. в [90]):

$$10000\varsigma = \varsigma_1 = \left(0, 2 + \frac{70 \kappa c / c M^2}{R_{bn}}\right) s \cdot d , \qquad (1.98)$$

де *s* - коефіцієнт шорсткості сталі: гладка чиста (іржава) = 5 (4); профільована чиста (іржава) = 3 (2); *d* - діаметр арматури.

Попереднє напруження збільшує опір балки поперечному згину з крученням, що також ілюструється виразом:

$$\left|\xi\right|_{p} = \left|\xi\right| \left(1 + 0, 8\varepsilon_{sp} \sqrt{\frac{\varsigma \cdot tg\alpha \cdot \sin\alpha}{\varepsilon_{bu} \cdot h_{0}}}\right).$$
(1.99)

Рівняння (1.99) показує, що відношення висоти стиснутої зони до її розрахункової висоти зростає зі збільшенням величини попереднього напруження.

Як відомо, при поперечному згині, а також при поперечному згині з крученням тріщини розташовуються під кутом 45 ° до поздовжньої осі і проходять через всю висоту балки, перетинаючи хомути, зусилля в яких можна виразити:

$$M_{sw} = 0.5 A_{spw} h_0^2 R_{spw} / d; \qquad (1.100)$$

$$Q = A_{spw} h_0 R_{spw} / d. \qquad (1.101)$$

Досліди [91] показали, що арматура в стиснутій зоні часто не досягає межі текучості. При цьому, деформації і напруження, в середньому, дорівнюють:

$$\varepsilon_{sp}' = \varepsilon_{bu}; \qquad (1.102)$$

$$\sigma'_{sp} = 0,5R_{spn}.$$
 (1.103)

Ураховуючи ці величини, рівняння рівноваги зусиль в горизонтальній площині в [91] представлені:

$$xbR_{bn} + 0.5A'_{sp}R_{spn} = A_{sp}E_{sp}\left(\varepsilon_{sp} + \varepsilon_{s}\right)$$
(1.104)

Підставляючи (1.94) в (1.104) маємо:

$$\xi = \frac{x}{h_0} = \frac{\left[\varepsilon_{sp} + 1,25\sqrt{\frac{\varepsilon_{bu}' \cdot h_0}{\varsigma \cdot \sin \alpha \cdot tg \alpha}} - \frac{\varepsilon_{sy}' \mu_s'}{2\mu_s}\right]}{\left[\frac{R_{bn}}{\mu_s E_s} + 2,25 \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon_s h_0}{\varsigma \cdot \sin \alpha \cdot tg \alpha}}\right]}.$$
(1.105)

Для балки, в якій виникає поперечний згин з крученням з трапецеїдальною формою стиснутої зони, маємо:

$$\xi_{1} = \frac{x_{1}}{h_{0}} = \frac{\varepsilon_{sp} + 1,25\sqrt{\frac{\varepsilon_{bu} \cdot h_{0}}{\zeta \cdot \sin \alpha \cdot tg\alpha} - \frac{\varepsilon_{sy}' \mu_{s}'}{2\mu_{s}}}}{\frac{R_{bn} \cdot \sin^{2} \theta}{\mu_{s} E_{s}} + 2,25 \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon_{s} h_{0}}{\zeta \cdot \sin \alpha \cdot tg\alpha}}},$$
(1.106)

де \mathcal{E}'_{sy} - деформація текучості сталі в стиснутій зоні бетону.

При згині з крученням елемента в стадії руйнування міцність перерізу, при $\xi_m = 0, 5(\xi + \xi_1)$ в [93] представлена за формулою:

$$H_{1}M_{t} = T = bh_{0}^{2} \left[\left(\sin^{2} \theta R_{bn} \xi_{m} + 0, 5\mu_{s}' R_{sp}' \right) \left(1 - 0, 5\xi_{m} \right) + 0, 5\mu_{sw} R_{swn} \right].$$
(1.107)

Міцність бетону стиснутої зони (при $au_b = au_Q + au_t$) можна виразити функціями:

$$R_{bn} = \Phi\left(R_*; \frac{\sigma_b}{\tau_b}\right); \tag{1.108}$$

$$R_{bn} = F\left(R_*; \frac{N_b}{Q}; \frac{T}{W_{pL}}\right).$$
(1.109)

У зоні передбаченого вертикального навантаження для напруженого стану стиснутої зони в [91] отримане рівняння:

$$\left(\frac{\sigma_b}{R_*}\right)^2 - \frac{\sigma_b}{R_*} - \left(\frac{2\tau_b}{R_*}\right) = 0.$$
(1.110)

При куті нахилу тріщини руйнування 45° максимальні напруження в бетоні за [9]:

$$\sigma_{b\max} = \frac{N_b}{b \cdot x} \le R_{bn} \quad ; \tag{1.111}$$

$$\tau_{b\max} = \frac{Q_b}{b \cdot x} + \frac{T}{W_{pL}} \,. \tag{1.112}$$

Підставляючи ці значення в формулу (1.110) для стадії руйнування маємо:

$$\left(\frac{R_{bn}}{R_*}\right)^2 - \left(\frac{R_{bn}}{R_*}\right) + \left[\frac{2R_{bn}}{R_*}\left(\frac{T}{M_t} + \frac{Q_b}{N_b}\right)\right]^2 = 0$$
(1.113)

або

 $R_{bn,cr} = R_{*} / \left[1 + 4 \left(\frac{Q}{N_{b}} + \frac{T}{M_{t}} \right)^{2} \right].$ (1.114)

У роботі[91] наведені залежності між величинами $\begin{pmatrix} T \\ M_t \end{pmatrix}$: 0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1,0 і кутами нахилу тріщин руйнування (θ°) : 90; 81; 72; 63; 54; 45.

При значеннях (*T*/*M*_t) ≥ 0,4 рівняння характеризують виникнення першої похилої тріщини, опір якій за [91] визначається:

$$R_{bn,crc} = R_* \left[1 + \left(\frac{T}{M_t} \right)^2 \right].$$
(1.115)

1.4.2 Розрахунок по утворенню тріщин в елементах, що працюють при крученні, спільній дії поздовжньої сили, згинальних і крутних моментів

Розглянемо розрахунок за утворенням тріщин в стержнях з різними перетинами. При дослідженнях згину з крученням, кручення з дією поздовжньої сили вихідними є такі гіпотези:

- тріщини виникають при моментах, що викликають у бетоні розтягуючи напруження $\sigma_{mt} = R_{btn}$;

- для визначення дотичних напружень в поперечних перерізах в момент тріщиноутворення справедливими є формули пружнопластичного кручення;

- в момент тріщиноутворення вплив арматури на несучу здатність елемента не враховується [100].

Круглі перетини. З цих гіпотез і з формули для головних розтягуючих напружень випливає, що в момент тріщино утворення

$$\left(R_{btn} - \sigma_{\theta}\right)\left(R_{btn} - \sigma_{y}\right) - \tau_{t}^{2} = 0, \qquad (1.116)$$

де $\sigma_{\theta}, \sigma_{y}$ - напруження в бетоні за напрямками осей θ, y .

Для порожнистих і суцільних перетинів нормальні і дотичні напруження визначаються:

$$\sigma_{y} = N_{crc} / \pi (R^{2} - r^{2}); \sigma_{y} = N_{crc} / \pi R^{2};$$

$$\tau_{b} = 3T_{crc} / \pi (R^{3} - r^{3}); \tau_{b} = 3T_{crc} / 2\pi R^{3}.$$
(1.117)

При чистому крученні $(\sigma_y = \sigma_\theta = 0; \tau_b = R_{bm})$ порожнистих і суцільних перетинів з формул (1.117), маємо:

$$T_{crc} = 2\pi \left(R^3 - r^3 \right) R_{btn} / 3; \ T_{crc} = 2\pi R^3 R_{btn} / 3.$$
 (1.118)

При крученні зі стиском ($\sigma_p = 0$) порожнистих циліндрів з формул (1.116) - (1.118), маємо:

$$T_{crc} = \frac{2}{3}\pi \left(R^{3} - r^{3}\right) \sqrt{R_{btn}} \left\{R_{btn} - \left[-\frac{N_{crc}}{\pi \left(R^{2} - r^{2}\right)}\right]\right\}.$$
 (1.119)

При крученні з розтягом суцільних перетинів маємо:

$$T_{crc} = \frac{2}{3} \pi R^3 \sqrt{R_{btn} \left\{ R_{btn} - \left(\frac{N_{crc}}{\pi R^2}\right) \right\}}.$$
(1.120)

Кут нахилу тріщини руйнування α до поздовжньої осі елемента може бути знайдений з виразу:

$$tg\alpha = \sqrt{\left(R_{btn} - \sigma_{y}\right)/R_{btn}} . \qquad (1.121)$$

У загальному випадку крутний момент тріщиноутворення дорівнює:

$$T_{crc} = R_{btn} \cdot W_p \cdot \xi_*; \quad \xi_* = \tau_t / R_{btn}; \quad W_p \neq W_{pl} \quad , \tag{1.122}$$

де пластичний момент опору при крученні круглого порожнистого, прямокутного, двотаврового перерізів дорівнює, відповідно:

$$W_{p} = 2\pi \left(R^{3} - r^{3}\right) N_{crc} / 3; \quad W_{p} = b^{2} \left(h - \frac{b}{3}\right) / 2;$$

$$h < b < \left(h - 2h_{f}\right); \quad W_{p} = h_{f}^{2} \left(b - \frac{h_{f}}{3}\right) + b^{2} \left(h - 2h_{f} - \frac{b}{3}\right) / 2$$
(1.123)

Прямокутні перетини. При згині з крученням найбільш небезпечними виявляються косі і діагональні тріщини. Доведено [93], що якщо «проліт зрізу» $a \le 2,5h_0$, то коса тріщина перетворюється на діагональну; якщо

 $a \le 2,5h_0$, то коса тріщина не є небезпечною, проте, у більшості публікацій немає прямих вказівок на те, який, все - таки, напрямок може прийняти тріщина в тому чи в іншому місці довжини балки і яку з них треба вважати небезпечною. При цьому, передбачається наступне: опір бетону розриву має певну конкретну величину.



Рис. 1.7 Епюри напружень перед появленням косої тріщини

Запишемо умову рівноваги сил в нормальному і косому перетинах (рис.1.7):

$$M_{n} = M_{t,crc1} = W_{b1}R_{btn} = \eta_{1}bh^{2}R_{btn};$$

$$M_{inc} = M_{t,crc2} = W_{b2}R_{btn} = \eta_{2}bh^{2}R_{btn}.$$
(1.124)

Умова виникнення косої тріщини має вигляд:

$$(M_{t,crc2}/M_{t,crc1}) > 1,$$
 (1.125)

де η для прямокутного перерізу може бути прийнята за [61]:

$$\eta = 0,29 + \left(0,67 - \frac{a}{h}\right) v \cdot \mu_{sp} \,. \tag{1.126}$$

При навантаженні на балку зосередженими силами згинальний момент змінюється вздовж балки за лінійним законом. Для знаходження критичного кута нахилу небезпечної тріщини необхідно прирівняти величини:

$$\frac{M_{t,crc2}}{M_{t,crc1}} = \frac{l^2}{h^2} = \frac{A+c}{A} \quad . \tag{1.127}$$

З іншого боку, з рис. 1.7 випливає, що:

$$h^2 + c^2 = l^2, (1.128)$$

звідки отримуємо залежності:

$$c = \frac{h^2}{A}; \quad A = \frac{h^2}{c}; \quad h = \sqrt{A \cdot c}.$$
 (1.129)

У кожній точці балки на відстані А від опори за [93] може виникнути небезпечна тріщина тільки під певним кутом α , тангенс якого дорівнює:

$$tg\alpha = \frac{h}{c} = \frac{A}{h}.$$
(1.130)

Даний напрямок похилого перерізу називаємо «середнім» напрямком тріщини, а кут нахилу цього напрямку «середнім кутом нахилу тріщини».

При розрахунку попередньо напружених балок, підданих поперечному згину з крученням (у загальному випадку з нерегулярним розташуванням арматури) доводитися використовувати дискретну модель. Закони зміни модулів стиску і зсуву бетонів (вздовж і поперек тріщин, див. формули (1.208)) представимо у вигляді:

$$E_{b} = E_{0} \left[f \left(1 - \mu_{sx} \right) + \frac{E_{s}}{E_{0}} \cdot \mu_{sy} \right];$$
(1.131)

$$f = 1 - (1 - f)m^{\kappa}; (1.132)$$

$$G_{b} = G_{0} \left[\frac{E_{s}}{E_{0}} \mu_{sx} + (1 - \mu_{sx}) \left(f + 0, 25 \frac{E_{s}}{E_{0}} \mu_{sy} \right) \right],$$
(1.133)

де m - рівень напружень: від 0 до 1; f = 0,5; K = 2.

Напруження, відповідні утворенню тріщин, можуть бути знайдені за формулами [88]:

$$\tau_{xz} = T \cdot K_{\tau} \cdot \xi_{\tau} \cdot h(\eta - \overline{\eta}) f_{\gamma} \cdot \psi(\xi) / I;$$

$$\tau_{yz} = f_{y} \psi(h) \Big[1,5Q \cdot \lambda_{\tau}(\xi) / A_{c} + T \cdot K_{\tau} \cdot b(\xi - \overline{\xi}) / I_{t} \Big];$$

$$\sigma_{z} = f_{\xi} \Big\{ \Big[(M_{t} + M_{x})(\eta - \overline{\eta}) h / I_{x} \Big] + \Big[M_{t} (\xi - \overline{\xi}) b / I_{y} + (N/A_{0}) \Big] \Big\},$$
(1.134)

де A_0 , A_c і I_x , I_y , I_t - відповідні площі і моменти інерції, а K_{τ} , λ_{τ} , ξ_{τ} - параметри, що залежать від розмірів сторін b і h.

Можливість утворення тріщини першого типу (від дії M_t, T), відповідно, у звичайних і попередньо напружених елементах характеризується умовами:

$$\sigma_{mt}\sin^2\alpha + 0.5\sigma_b + \sqrt{(0.5\sigma_b)^2 + \tau_t^2} \le R_{btn};$$
 (1.135)

$$0.5\sigma_b + \sqrt{(0.5\sigma_b)^2 + \tau_t^2} \le 1.15R_{btn}, \qquad (1.136)$$

де $\sigma_b = M_t / W_{red}$; $\sigma_b = \left[M_t - N(e_0 - r_r) \right] / W_{red}$, при $\sigma_b = 0$; $\tau_t = T / W_{red}$, при $\sigma_b < 0$; $\tau_t = 1.13T / W_{pl}$.

Тріщини другого типу (від дії *T*, *Q*), відповідно, у звичайних і попередньо напружених елементах утворюються за умов:

$$(T/W_{red}) + (Q \cdot S_{red}/b \cdot I_{red}) = (R_{btn} - \sigma_{mt})H_1; \qquad (1.137)$$

$$\left[\left(T/W_{red} \right) + \left(Q \cdot S_{red} / b \cdot I_{red} \right) \right] = 1,33R_{btn} .$$
(1.138)

Для розрахунку попередньо напружених елементів симетричних перерізів, підданих згину з крученням, вихідними переумовами можуть бути гіпотези про те, що: розподіл нормальних напружень від згину σ_x в бетоні приймається у вигляді прямокутно-трикутної епюри; розподіл дотичних напружень від кручення τ_t - прямокутної епюри. Дотримання цих гіпотез забезпечує плавний перехід від випадку дії одного згинального моменту до випадку дії одного крутного моменту [71].

Використовуємо формулу (143) СНиП 2.03.01-84* для головних розтягуючих напружень у вигляді:

$$\begin{cases} \sigma_{mt} \\ \sigma_{mc} \end{cases} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}}$$
(1.139)

або для

63

$$\sigma_{mt} = -\frac{\sigma_x}{2} + \sqrt{\left(-\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_t} \quad (1.139^*)$$

приймаючи $\sigma_{mt} = R_{btn}$, маємо:

$$\left(\sigma_{mt} + \frac{\sigma_x}{2}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_t^2; \qquad (1.140)$$

$$\tau_t = R_{btn} \sqrt{1 + \left(\sigma_b / R_{btn}\right)}. \tag{1.141}$$

підставляючи вираз (1.122) в формулу (1.125), згідно [50]:

$$T_{crc} = W_p \cdot R_{btn} \sqrt{1 + \left(\sigma_b / R_{btn}\right)}.$$
(1.142)

При спільній дії згинальних і крутних моментів напруження σ_x при прямокутно-трикутній епюрі їх розподілу можна знайти за формулою ядрових моментів:

$$\sigma_x = \left(M_{crc} - M_r\right) / W_{pL}, \qquad (1.143)$$

де $M_r = P \cdot r_r$ - ядровий момент від сили обтиску; $W_{pL} = \gamma \cdot W_{red}$ - момент опору приведеного перерізу.

Для попередньо напруженого елемента прямокутного перерізу формула (1.139 *) трансформується:

$$R_{btn} = \frac{\sigma_x}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_t^2}$$
(1.139**)

При прямокутно-трикутній епюрі розподілу напруження в крайньому розтягнутому волокні бетону дорівнюють:

$$\sigma_b' = \left(M/W_{red} \cdot \gamma\right) \frac{\sigma_x}{2}.$$
(1.144)

Вважається, що за рахунок попереднього напруження величина σ_x зменшуються на величину σ_b'' (при цьому наближено ураховується вплив непружних деформацій в розтягнутій зоні за рахунок коефіцієнта γ):

$$\sigma_b'' = -(\sigma_b/\gamma). \tag{1.145}$$

З урахуванням формул (1.144), (1.145) напруження на розтягнутій грані в момент тріщиноутворення дорівнюють:

$$\sigma_x = \sigma_b' + \sigma_b'' = \frac{M_{crc}}{\gamma \cdot W_{red}} - \frac{\sigma_b}{\gamma}, \qquad (1.146)$$

де M_{crc} - згинальний момент при появі першої тріщини; σ'_b - встановлене напруження в бетоні, яке визначається згідно [82] для моменту утворення тріщин.

Підставляючи значення σ_x з формули (1.146) у рівняння (1.139) і позначаючи $H_1 = T_{crc}/M_{crc}$, знайдено [93]:

$$R_{btn} \ge \frac{T_{crc}}{2H_1W_{red}} - \frac{\sigma_b}{2\gamma} + \sqrt{\left(\frac{T_{crc}}{2H_1\gamma W_{red}} - \frac{\sigma_b}{\gamma \cdot 2}\right)^2 + \left(\frac{T_{crc}}{W_{pL}}\right)^2}$$
(1.147)

або

$$\left(T_{crc}\right)^{2} + T_{crc} \frac{R_{btn}}{\gamma H_{1}} \cdot \frac{W_{pL}^{2}}{W_{red}} - \frac{R_{btn} \cdot \sigma_{b} \cdot W_{pL}^{2}}{\gamma} - W_{p}^{2} \left(R_{btn}\right)^{2} = 0$$

$$(1.148)$$

Вирішуючи це квадратне рівняння, знаходимо:

$$T_{crc} = \xi \cdot R_{btn} \cdot W_{pL} , \qquad (1.149)$$

$$\xi = \sqrt{\frac{W_{pL}^2}{4H_1^2 \gamma^2 W_{red}^2}} + \frac{\sigma_b}{\gamma \cdot R_{btn}} + 1 - \left(\frac{W_p}{2H_1} \cdot \gamma \cdot W_{red}\right).$$

де

В цих формулах W_p - пластичний момент опору перерізу при крученні; W_{red} - момент опору перерізу по розтягнутій грані.

Граничну величину коефіцієнта γ для прямокутного перерізу, який враховує пластичну роботу бетону при згині з крученням, визначено [93] з формули (1.148):

$$\gamma = \left[R_{btn} \cdot \sigma_b \cdot W_{pL}^2 - M_{crc} W_{pL} R_{btn} / W_{red} \right] / \left[\left(T_{crc} \right)^2 - W_{pL} \left(R_{btn} \right)^2 \right] \le 1,75.$$
(1.150)

Відзначимо, що при $\sigma_b'' = (\sigma_b / \gamma)$ спостерігається кращий збіг розрахункових і експериментних даних, ніж при $\sigma_b'' = -\sigma_b$. Слід, проте, визнати, що передумови (1.144), (1.145) є недостатньо точними при дії кручення. Тому М.І. Тимофєєв [93] використав зворотну методику уточненого значення γ . Згідно з цією методикою, дослідний момент прирівнюється до теоретичного і за формулою (1.150) визначається коефіцієнт γ .

Двотаврові перетини. Зважаючи на складність визначення напружень σ_x , τ_t при обмеженому крученні двотаврового перетину момент тріщино утворення в ньому може бути знайдений наближеним шляхом [89]:

Нормальні напруження:

$$\sigma_x = \frac{M_{crc}}{W_{p*}} = \frac{4M_{crc}}{4b_f^2 h_f} = \frac{4T_{crc}}{4H_1 b_f^2 h_f},$$
(1.151)

де W_{p*} - пружнопластичної момент опору перерізу при прямокутній епюрі напружень у розтягнутій і стиснутій зонах полички; b_f , h_f - ширина і висота полички.

Дотичні напруження при згині (при $H_2 = Q_{crc}h/2T_{crc}$) дорівнюють:

$$\tau_{Q} = \left(Q_{crc} / A_{red}\right) = 2T_{crc} H_{2} / A_{red} \cdot h, \qquad (1.152)$$

де A_{red} - приведена площа перерізу полиці.

Дотичні напруження при крученні дорівнюють:

$$\tau_t = T_{crc} / W_p \,. \tag{1.153}$$

Використовуючи рівняння для головних розтягуючих напружень значення σ_x , σ_Q , τ_t з формул (1.151) - (1.153) при $\sigma_{mt} = R_{bnt}$; $\tau = \tau_Q + \tau_t$ [89] отримано:

$$R_{btn} \leq \frac{T_{crc}}{2H_{1}b_{f}h_{f}} + \sqrt{\left[\frac{T_{crc}}{2H_{1}b_{f}^{2}h_{f}}\right]^{2} + \left[\frac{2T_{crc}H_{2}}{A_{red}\cdot h} + \frac{T_{crc}}{W_{p}}\right]^{2}},$$
 (1.154)

Звідки

$$T_{crc} \le R_{btn} / \sqrt{\left[\frac{1}{2H_1 b_f^2 h_f}\right] + \left[\frac{2H_1}{A_{red}} + \frac{1}{W_p}\right]} - \frac{1}{2H_1 b_f^2 h_f}.$$
 (1.155)

Кільцеві перетини з похилими тріщинами. Розглянемо розрахунок за утворенням похилих тріщин T_{crc} при спільній дії згину і кручення для кільцевих армованих перетинів, виходячи з рівностей:

$$\sigma_x = \sigma_b; \quad \sigma_y = \sigma_b'; \quad \tau_k = \tau_t; \quad \sigma_{mt} = m_2 (1 - m_1) R_{btn}, \quad (1.156)$$

де σ_b - нормальне напруження в бетоні розтягнутої зони, при якому утворюються похилі тріщини [64]. Коефіцієнти m₁, m₂ для розрахунку конструкцій при утворенні похилих тріщин наведені в табл. 34 [78].

Формулу (1.144) з урахуванням формул (1.156) можна привести до вигляду

$$\left[(1-m_1)m_2R_{btn} - \sigma_b \right] \left[(1-m_1)m_2R_{btn} - \sigma_b' \right] - \tau_t^2 = 0, \qquad (1.157)$$

де
$$\sigma_b' = \left(-\sigma_{sp} A_{sp} \sin \alpha\right) / 2s \left(R - r\right); A_{sp,cir}' = n \cdot a_{sp,cir}'; \qquad (1.158)$$

 $a'_{sp,cir}$ - площа перерізу одновхідної спіральної арматури; n - число заходів; s - крок спіральної арматури; α - кут нахилу спіральної арматури до поздовжньої осі трубчастого елемента.

Виражаючи au_t за формулою (1.153) і приймаючи $r_0 = 0,5(R+r)$, маємо:

$$\sigma_b' = \pi \cdot \tau_{crc} / DA_b \cdot r_0. \tag{1.159}$$

Після перетворення з формул (1.157), маємо:

$$T_{crc} = \left[\left(1 - m_1 \right) m_2 R_{btn} - \sigma_b' \right] \left[\sqrt{c - \frac{\left(1 - m_1 \right) m_2 R_{btn}}{\left(1 - m_1 \right) m_2 R_{btn} - \sigma_b'}} - c \right] W_p, \qquad (1.160)$$

де

$$D = 3, 4 \div 0, 8 \left(\lambda + \pi \cdot n \cdot \xi_{\mu_{sy}}\right) - \left(0, 94 \div 0, 267\right) \frac{r_n}{r_0} \le D_u;$$
$$\lambda = \frac{\pi}{R_{bm}} \left[\sigma_{sp} \mu_{sp} - \sigma_s \mu_s \pm \left(N/A_b\right)\right]; \quad c = \pi \cdot W_p / 2A_0 r_0 D \cdot H_1$$

Якщо ненапружена арматура приймається у вигляді спіралі, то напруження $\sigma'_b = 0$. Тоді з формул (1.160) крутний момент тріщиноутворення дорівнює:

$$T_{crc} = R_{btn} \left(1 - m_1 \right) m_2 W_p \left(\sqrt{c - 1} - c \right)$$
(1.161)

Розкриття тріщин. Для згину загальновідомі залежності В.І. Мурашева для визначення ширини розкриття тріщин:

$$a_{crc,2} = \psi_2 \sigma_{s2} L_{crc,2} / E_s; \ a_{crc1} = \psi_s \sigma_{sl} L_{crc,1} / E_s$$
 (1.162)

Аналогічно з цими формулами, з урахуванням складових деформацій зчеплення арматури з бетоном між похилими тріщинами ширину розкриття тріщин при крученні М.І. Тимофєєв [100] пропонує визначити:

$$a_{crc,1} = \left[\varepsilon_{s\theta} + \varepsilon_{sy} + \left(\frac{\varphi_{s\theta}N_{y\theta}}{E_b'(R-r)} + \frac{\varphi_{s\theta}N_{\theta y}}{E_b'(R-r)}\right)\sin\alpha\cos\alpha\right]l_{crc,1}; \quad (1.163)$$

$$a_{crc,2} = \left(\varepsilon_{s\theta} + \varepsilon_{sy}\right) l_{crc,2}, \qquad (1.164)$$

$$\text{дe} \qquad l_{crc,1} = \sin \alpha \left(\frac{\sigma_{s\theta,crc}}{\alpha_* R_{btn}} - 2\sin^2 \alpha \right) \alpha_* s_\theta \eta_\theta; \quad \alpha_* = E_s / E_b; \\ l_{crc,2} = \cos \alpha \left(\frac{\sigma_{sy,crc}}{\alpha_* R_{btn}} - 2\cos^2 \alpha \right) \alpha_* s_y \eta_y.$$

де $\sigma_{s\theta,crc}$, $\sigma_{sy,crc}$ - напруження в арматурі; $a_{s\theta}$, a_{sy} - ширина розкриття по тріщини в момент її утворення. В момент утворення тріщин нормальні напруження визначаються за формулами [100]:

$$\sigma_{s\theta,crc} = (R - r)R_{btn}\frac{\lambda_0}{a_{s0}}; \qquad (1.165)$$

$$\sigma_{sy,crc} = (R - r) R_{btn} \frac{\lambda_y}{a_{sy}}.$$
(1.166)

Відстань між тріщинами визначається за формулами:

$$l_{crc,1} = \sin \alpha \left(\frac{(R-r)\lambda_{\theta}}{\alpha_* \cdot a_{sp}} - 2\sin^2 \alpha \right) \alpha_* s_{\theta} \eta_{\theta}; \qquad (1.167)$$

$$l_{crc,2} = \cos\alpha \left(\frac{(R-r)\lambda_{y}}{\alpha_{*} \cdot a_{sy}} - 2\cos^{2}\alpha \right) \alpha_{*}s_{y}\eta_{y}.$$
(1.168)

Для практичних розрахунків коефіцієнти приймають $\eta_{\theta} = \eta_y = \eta$, за [90]; при цьому, $s_{\theta} = d_{\theta}/4$, $s_y = d_y/4$; d_{θ} , d_y - діаметри арматури; $a_{s\theta}$, a_{sy} ; λ_{θ} , λ_y - коефіцієнти впливу арматури.

1.4.3 Розрахунок елементів залізобетонних конструкцій за деформаціями до і після утворення тріщин

Прогини й кути закручування балок до утворення тріщин. Для балок, навантажених в прольотах рівномірно розподіленим навантаженням, відомі рішення в пружній стадії, отримані з розгляду елемента *ds* (рис. 1.8а).



Рис.1.8 До виводу рівняння рівноваги елемента кривого бруса (а), до визначення прогинів балки (б)

Диференціальні рівняння для визначення згинального M_t і крутного моментів T, прогинів f і кутів закручування θ мають вигляд:

$$\theta - \frac{d^{2}\xi}{d\alpha^{2}} - \frac{1}{\gamma}M_{t} = 0; \qquad \frac{dT}{d\alpha} = M_{t};$$

$$\frac{dA}{d\alpha} + \frac{d\xi}{d\alpha} - \frac{1}{\eta \cdot \gamma}T = 0; \qquad \frac{d^{2}M_{t}}{\alpha^{2}} + \frac{dA}{d\alpha} = \gamma \cdot \beta \cdot \xi,$$
(1.169)

де $\xi = \frac{f}{r}$ - прогин, віднесений до радіусу кільця (кола); α - кутова координата; $k = k_0 b$ - погонний коефіцієнт постелі [65]:

$$\gamma = EI/r; \quad \eta = GI_t/EI_x; \quad \beta = k \cdot r^x/EI_x.$$

Два перших рівняння (1.169) отримані Сен-Венаном, а два інших випливають з розгляду рівноваги елемента *ds*.

Інтегруванням і простим перетвореннями систему рівнянь (1.169) можна представити таким чином:

$$\frac{d^{6}T}{d\alpha^{6}} - 2\frac{d^{4}T}{d\alpha^{4}} + (1+\beta)\frac{d^{2}T}{d\alpha^{2}} - \frac{\beta}{\eta}T = 0; \qquad (1.170)$$

$$\frac{dT}{d\alpha} = M_{t}; \tag{1.171}$$

$$\xi = \frac{1}{\gamma \cdot \beta} \left(\frac{d^3 T}{d\alpha^3} + \frac{dT}{d\alpha} \right); \tag{1.172}$$

$$\theta = \frac{d^2 T}{d\alpha^2} + \frac{1}{\gamma} M_t.$$
(1.173)

Розв'язок цих рівнянь дозволив знайти вирази для функцій величин T, M_t , f, θ [110].

Визначимо прогин балки з урахуванням її згинальної і зсувної жорсткостей. Прийом, що базується на використанні графоаналітичного методу, дає можливість ураховувати вплив деформацій закручування на зростання прогинів.

Використовується залежність виду:

$$\frac{1}{r_{(z)}} = \frac{M_t}{EI_x} + \frac{kT}{GI_{tor}}.$$
(1.174)

На рис. 1.8б зображено частину балки AB з відповідними ділянками епюр згинальних $M_t(z)$ та крутних T(z) моментів.

Зробимо перетворення:

$$d\alpha = \frac{1}{r_{(z)}} ds = \frac{M_t}{EI_x} ds + \frac{kT}{GI_{tor}} ds,$$

де k - коефіцієнт форми поперечного перерізу; $ds \approx dz$.

Кут між дотичними в точках А і В дорівнює:

$$\alpha = \int_{A}^{B} \frac{M_{t}}{EI_{x}} dz + \int_{A}^{B} \frac{kT}{GI_{tor}} dz.$$
(1.175)

Відстань по вертикалі *BB*' між двома послідовними дотичними в точках *m* і *n* дорівнює:

$$Zdz = z \frac{M_t}{EI_x} dz + z \frac{kT}{GI_{tor}} dz.$$

Повний прогин визначається за формулою:

$$BB' = f = \int_{A}^{B} \frac{M_{t}}{EI_{x}} z dz + \int_{A}^{B} \frac{kT}{GI_{tor}} z dz.$$
(1.176)

За допомогою рівнянь (1.175), (1.176) можна обчислити кут нахилу дотичної до зігнутої осі і величину прогину в будь-якому перерізі балки при згині з крученням.

При крученні елементів у всіх точках перетину створюється напружений стан чистого зсуву. Напруження і кут закручування перерізу виражається за формулами закону Гука:

$$\tau = \gamma G_b; \quad \theta = T/G_b \cdot I_{tor}, \qquad (1.177)$$

де γ - відносний зсув; G_b - модуль пружності при зсуві; I_{tor} - полярний момент інерції поперечного перерізу.

На деформацію кручення балок двотаврових перерізів впливає закріплення її кінців.

На рис. 1.9 показані два види кручення елементів: а – вільне і б – стиснене.



Рис 1.9 Два типа скручування елементів: вільне (а) стиснене (б)

Елемент з одним закріпленим і другим вільним кінцем виявляється більш жорстким, оскільки таке кручення супроводжується згином полиць [28, 88].

Крутний момент перетину напередодні утворення тріщин представимо у вигляді:

$$T = G_b I_{t,crc} = \frac{\theta}{l} = G_b I_{t,crc} \frac{d\theta}{dz},$$
(1.178)

де $G_b I_{t,crc}$ - жорсткість перерізу при крученні перед утворенням тріщин; θ кут закручування перерізу знаходиться на відстані z від кінця елемента. Якщо через y позначити прогин полички при згині в її площині, через $E_{bf} I_{xf}$ - жорсткість полички при згині, то поперечна сила дорівнює:

$$Q = E_{bf} I_{xf} \frac{d^3 y}{dz^3}$$
(1.179)

При крученні елемента інша поличку згинається в протилежному напрямку. Тому, поперечні сили в обох поличках утворюють близько від осі елемента згинальний момент, що дорівнює:

$$M_{t} = -hE_{bf}I_{xf}\frac{d^{3}y}{dz^{3}} = -0,5E_{bf}I_{xf}h_{1}^{2}\frac{d^{3}\theta}{dz^{3}},$$
(1.180)

де h_1 - відстань між центрами ваги поличок двотаврового перетину.

3 рівнянь рівноваги моментів зовнішніх і внутрішніх сил [88], маємо:

$$T = G_b I_{t,crc} \frac{dA}{dz} - 0.5 E_{bf} I_{xf} h_1^2 \frac{d^3 \theta}{dz^3}.$$
 (1.181)

Інтегруючи вираз (1.181), можна визначити кут закручування в будь якому перетині: z = 0, $\frac{dA}{dz} \cong \theta = 0$; z = l, $\frac{d^3A}{dz^3} = 0$; $\theta = \frac{aT}{G_b I_{t,crc}} \left[sh \frac{z}{a} + th \frac{l}{a} \left(1 - ch \frac{z}{a} \right) - \frac{z}{a} \right]$, (1.182) де $a = \sqrt{E_{bf} I_{xf} h_1^2 / 2G_b I_{t,crc}}$.

На вільному кінці елемента, тобто при z = l, маємо:

$$\theta_* = \frac{T \cdot l}{G_b I_{t,crc}} \left(1 - \frac{a}{l} th \frac{l}{a} \right)$$

При $\frac{l}{a} > 4$ можна замість цієї формули користуватися рівнянням:

$$\theta_* = \frac{T \cdot l}{G_b I_{t,crc}} \left(1 - \frac{a}{l} \right). \tag{1.182*}$$

Якщо не ураховувати згину полиць, то кут закручування має вигляд:

$$\theta = \frac{T \cdot l}{G_b I_{t,crc}} \tag{1.182^{**}}$$

Визначення кута закручування при вільному крученні двотаврових перерізів, які утворюються з прямокутників, можна виконати на підставі умови проте, що кручення окремих частин таке саме, як і кручення всього перерізу:

$$\theta = \left(T_1 \cdot l/G_b I_{t,1}\right) = \left(T_2 \cdot l/G_b I_{t,2}\right) = \dots = \left(T \cdot l/G_b I_t\right).$$
При цьому, жорсткість елемента обчислюється як сума жорсткостей прямокутників, як і утворюють двотавровий переріз:

$$G_{b}I_{t} = G_{b}I_{t} \left[2h_{f}^{3}b_{f} + (h - 2h_{f})b^{3} \right]k, \qquad (1.183)$$

$$k = 0,333 \left(1 - \frac{0,63b_{f}}{h} - \frac{0,052b_{f}^{5}}{h^{5}} \right).$$

де

Зовнішній крутний момент *T* розподіляється між окремими частинами пропорційно їхній жорсткості, тобто:

$$T_n = I_{tn} \cdot T / I_t \,. \tag{1.184}$$

Ураховуючи, що $T = \sum_{1}^{n} T_{n}$, $I_{t} = \sum_{1}^{n} I_{tn}$, $I_{t} = \beta \cdot b_{f}^{3} \cdot h$, визначаються частки, крутного моменту, що сприймаються кожним окремим прямокутником за формулою:

$$\theta = \frac{T \cdot l}{G_b I_{t,crc}} \tag{1.185}$$

Робота залізобетонних стійок-опор ЛЕП двотаврових перерізів при стисненому крученні ще не вивчена, тоді як дослідженням несучої здатності двотаврових балок при згині з крученням присвячені роботи ряду авторів [9, 83, 99].

Об'ємний напружений стан. Після утворення тріщин бетон виключається з роботи на площинках, що проходять по тріщині *n*, а на площинках *m*, *t* - бетон спільно з арматурою продовжує чинити опір руйнуванню.

Поведінка залізобетонних елементів з тріщинами при об'ємному напруженому стані в осях *n*, *m*, *t* з урахуванням робіт [48, 49] описана М.І. Карпенком.

На площинках тріщини сумарні напруження складаються з приведених напружень в арматурі $\tilde{\sigma}_{sn}$, $\tilde{\tau}_{snt}$, $\tilde{\tau}_{snm}$, напружень зачеплення σ_{3n} , τ_{3nt} , τ_{3nm} , а на інших площинках вони складаються з напружень в арматурі $\tilde{\sigma}_{st}$ і бетоні $\tilde{\sigma}_{bt}$ (рис. 1.10).





Рис. 1.10 Складові напружень при об'ємному напруженому стані

Обмежуючись на цьому, відзначимо, що всі подальші міркування слід розглядати як окремі задачі теорії об'ємного напруженого стану.

Плоский напружений стан. При анізотропії двоосний напружений стан ортотропної армованої пластини представлено на рис. 1.11.



Рис 1.11 Елементарна пластина $\Delta X \cdot \Delta Y$

При такому завантаженні по гранях нормальними σ_x , σ_y і дотичними напруженнями $\tau_{xy} = \tau_{yx}$, яке має місце при зрізі, крученні зі стиском, косому

згині і т.п. кільцевих і коробчастих перетинів формули, що визначають головні напруження, як відомо, мають вигляд:

$$\sigma_{\max} = \sigma_x \sin^2 \alpha + \sigma_y \cos^2 \alpha + 2\tau_{xy} \sin \alpha \cos \alpha; \qquad (1.187)$$

$$\sigma_{\min} = \sigma_x \cos^2 \alpha + \sigma_y \sin^2 \alpha + 2\tau_{xy} \sin \alpha \cos \alpha.$$
(1.188)

Деформації \mathcal{E}_x , \mathcal{E}_y уздовж осей пластини будуть дорівнювати:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_{\max} \sin^2 \alpha + \varepsilon_{\min} \cos^2 \alpha; \varepsilon_y = \varepsilon_{\max} \cos^2 \alpha + \varepsilon_{\min} \sin^2 \alpha.$$
(1.189)

Досліди показали, що наявність арматури призводить до появи деформацій зсуву. Вплив арматури в цих формулах ураховується спеціальними коефіцієнтами λ_x , λ_y [89]:

$$\varepsilon_{x} = \varepsilon_{\max} \sin^{2} \alpha \cdot \lambda_{x} + \varepsilon_{\min} \cos^{2} \alpha \cdot \lambda_{x};$$

$$\varepsilon_{y} = \varepsilon_{\max} \cos^{2} \alpha \cdot \lambda_{y} + \varepsilon_{\min} \sin^{2} \alpha \cdot \lambda_{y}.$$
(1.190)

Згідно відомої формули теорії пружності (друга теорія міцності найбільших відносних деформацій) або формули теорії пластичності [24], маємо:

$$\varepsilon_{i} = \frac{1}{E_{i}} \left(\sigma_{x} - v \sigma_{y} \right); \quad \varepsilon_{i} = \frac{1}{E_{sbi}} \left(\sigma_{i} - v_{sbi} \sigma_{i} \right)$$
(1.191)

і з урахуванням відповідних модулів пружності для залізобетону розрахункові формули для головних деформацій приймають вид:

$$\varepsilon_{mt} = \frac{\sigma_{sbmt} \cdot E_{sbmc}}{E_{sbmc} \cdot E_{sbmt}} - \frac{\gamma_{sbmc} \cdot \sigma_{sbmc} \cdot E_{sbmt}}{E_{sbmc} \cdot E_{sbmt}}; \qquad (1.192)$$

$$\varepsilon_{mc} = \frac{\sigma_{sbmc} \cdot E_{sbmt}}{E_{sbmc} \cdot E_{sbmt}} - \frac{\gamma_{sbmt} \cdot \sigma_{sbmt} \cdot E_{sbmc}}{E_{sbmc} \cdot E_{sbmt}}.$$
(1.193)

Використовуючи позначення теорії пружності, деформації пластини вздовж осей *X*, *Y* і кути зсуву можна записати через жорсткістні коефіцієнти у вигляді:

$$\varepsilon_{x} = c_{11}\sigma_{x} + c_{12}\sigma_{y} + c_{13}\tau_{xy};$$

$$\varepsilon_{y} = c_{21}\sigma_{x} + c_{22}\sigma_{y} + c_{23}\tau_{xy};$$

$$\gamma_{xy} = c_{31}\sigma_{x} + c_{32}\sigma_{y} + c_{33}\tau_{xy}.$$
(1.194)

Наведені формули на думку М.І.Карпенка [49] придатні для розрахунку елементів після утворення тріщин.

Прямокутний перетин при крученні. Як відомо з теорії пластичності, відносний кут закручування прямокутного перерізу за середніми кутами зсуву граней визначається за формулою [100, 111].

$$\theta = \frac{\gamma_{xy}}{h_f} + \frac{\gamma_{yz}}{b_f},\tag{1.195}$$

де

$$\gamma_{xy} = \varepsilon_{x} ctg\alpha + \varepsilon_{y} tg\alpha - \varepsilon_{t} / \sin \alpha \cos \alpha;$$

$$\gamma_{yz} = \varepsilon_{z} ctg\alpha + \varepsilon_{y} tg\alpha - \varepsilon_{t} / \sin \alpha \cos \alpha;$$

$$\varepsilon_{y} = \varepsilon_{sy} - \tau \psi_{n} \sin \alpha \cos \alpha / E'_{b};$$

$$\varepsilon_{x} = \frac{h_{f}}{h_{x}} \varepsilon_{sx} - \tau \psi_{n} \sin \alpha \cos \alpha / E'_{b};$$

$$\varepsilon_{z} = (b_{f} \varepsilon_{sz} / b_{x}) - \tau \psi_{n} \sin \alpha \cos \alpha / E'_{b};$$

$$\varepsilon_{t} = \tau \sin 2\alpha / E'_{s}.$$
(1.196)
(1.196)
(1.197)

У цих формулах величину Ψ_n наближено можна прийняти рівною $\gamma_b; T/W_p$ - дотичні напруження за формулою пластичного кручення.

Кручення трубчастих елементів з радіусами R і r. На рис. 1.12 показані геометричні розміри перерізу труби, з позначеннями [49]:

 A_{sy} - площа всіх стержнів поздовжньої арматури, рівномірно розподіленими по кільцю радіусом r_l ; r_{cir} - радіус кільцевої арматури; площа одного витка кільцевої арматури - $r_0 = 0.5(R+r)$.

Рівняння для визначення напружень $\sigma_{s\theta}$, σ_{sy} знаходять шляхом проектування всіх сил, прикладених до силової поверхні 1*, 2*, 3* на осі *s* і *y* [92]:

$$\sigma_{s\theta} = \left(N_{y\theta} \cdot ctg\alpha_0 - \tau_{sy}a_{sy}ctg\alpha_0 \right) / a_{s\theta} = \left(N_{y\theta} \cdot ctg\alpha_0 \right) \lambda_{\theta} / a_{s\theta}; \qquad (1.198)$$

$$\sigma_{sy} = \left(N_{y} + N_{\theta y} \cdot tg\alpha_{0} - \tau_{s\theta}a_{s\theta}tg\alpha_{0}\right) / a_{sy} = \left(N_{y} + N_{sy} \cdot tg\alpha_{0}\right) \lambda_{y} / a_{sy}, \quad (1.199)$$

де
$$\lambda_{y} \approx 16\Pi_{s\theta}a_{sy} / (\Pi_{sy}a_{s\theta}tg^{2}\alpha_{0}\sin^{2}\alpha_{0} + 16\Pi_{s\theta}a_{sy});$$
 (1.200)

$$\lambda_{\theta} \approx 16\Pi_{sy}a_{s\theta} / \left(\Pi_{s\theta}a_{sy}ctg^{2}\alpha_{0}\cos^{2}\alpha_{0} + 16\Pi_{sy}a_{s\theta}\right).$$
(1.201)



Рис 1.12 До виводу розрахункових залежностей (1.202 – 1.204)

Для визначення деформацій смужок бетону між тріщинами уздовж осей *θ*, *y*, *t* можуть бути використані формули узагальненого закону Гука [46, 48]:

$$\varepsilon_{\theta} = \varepsilon_{s\theta} + \frac{N_{\theta} \cos^2 \alpha - N_{y\theta} \sin \alpha \cos \alpha}{E'_{b} (R - r)} \psi_{n\theta}; \qquad (1.202)$$

$$\varepsilon_{y} = \varepsilon_{sy} + \frac{N_{y} \sin^{2} \alpha - N_{\theta y} \sin \alpha \cos \alpha}{E_{b}'(R - r)} \psi_{ny}; \qquad (1.203)$$

$$\varepsilon_{t} = \frac{N_{\theta}\psi_{n\theta}\cos^{2}\alpha + N_{y}\psi_{ny}\sin^{2}\alpha - (N_{y\theta} + N_{\theta y})\sin\alpha\cos\alpha}{E_{b}'(R-r)}.$$
(1.204)

Середні деформації арматури дорівнюють:

$$\varepsilon_{s\theta} = \sigma_{s\theta} \psi_{s\theta} / E_{s\theta}; \quad \varepsilon_{sy} = \sigma_{sy} \psi_{sy} / E_{sy}. \tag{1.205}$$

Слідуючи вказівкам [83] для плоского напруженого стану, маємо:

77

$$\psi_{s\theta} = 1 - 0, 7 \frac{N_{crc,b}}{N_{s\theta}}; \quad \psi_{sy} = 1 - 0, 7 \frac{N_{b,crc}}{N_{sy}},$$
(1.206)

де $N_{s\theta} = \sigma_{s\theta} a_{s\theta};$ $N_{sy} = \sigma_{sy} a_{sy};$ $N_{b,crc} = 0,8R_{bt} (R-r);$ $a_{sy} = A_{sy}/2\pi r_L;$ $a_{s\theta} = A_{s\theta}/s_{cir};$ $\mu = a_{sy}/a_{s\theta}.$ (1.207)

Січні модулі деформацій смужок бетону між тріщинами (поперек і вздовж них) виражаються формулами [100]:

$$E'_{b} = v_{b}E_{b}; \quad E_{bst} = v_{b}E_{b}/\psi_{b}; \quad E_{bsl} = v_{b}E_{b}\cdot V,$$
 (1.208)

де за результатами дослідів прийнято: при $T/M_t = 0, 2, v = 1;$ при $T/M_t = 0, 5, v = 0, 8.$ Проміжні значення приймаються за інтерполяцією.

Відносні деформації бетону ε_{θ} , ε_{y} , ε_{t} за трьома напрямками θ , y, t дозволяють за формулами перетворення компонентів тензора деформацій при повороті осей визначити кут зсуву $\gamma_{\theta y}$ на рівні серединної поверхні за формулою:

$$\gamma_{\theta y} = \varepsilon_{\theta} ctg\alpha + \varepsilon_{y} tg\alpha - \varepsilon_{t} / \sin\alpha \cos\alpha, \qquad (1.196^{*})$$

а кути закручування θ , віднесені до одиниці довжини труби:

$$\theta = \gamma_{\theta y} / r_c \,. \tag{1.209}$$

Кручення з поздовжньою силою. Дотичні сили $N_{y\theta}$, $N_{y\theta}$, і погонні нормальні - N, що діють по товщині труби, дорівнюють:

$$N_{\theta y} = T/2\pi r_{cir} \cdot r_l; \quad N_{y\theta} = T/2\pi r_{cir}^2; \quad N_y = N/2\pi r_0, \quad (1.210)$$

де N - поздовжня сила, яка приймається при розтязі зі знаком «+», при стиску - зі знаком «-».

При спільній дії кручення і поздовжньої сили структура формул для визначення деформацій ε_{θ} , ε_{y} , ε_{t} зберігається. Величина R-r замінюється на величину h.

Загальні деформації з тріщинами дорівнюють:

$$\varepsilon_{\theta} = \varepsilon_{s\theta} + \tilde{\varepsilon}_{s\theta}; \quad \varepsilon_{y} = \varepsilon_{sy} + \tilde{\varepsilon}_{sy}.$$
 (1.211)

Середній кут зсуву дорівнює:

$$\gamma_{s\theta y} = \varepsilon_{s\theta} ctg\alpha_0 + \varepsilon_{sy} tg\alpha_0. \tag{1.212}$$

Загальні кути зсуву дорівнюють:

$$\gamma_{\theta y} = \gamma_{s\theta y} + \tilde{\gamma}_{s\theta y}; \quad \gamma_{y\theta} = \gamma_{sy\theta} + \tilde{\gamma}_{sy\theta}.$$
 (1.213)

Кільцевий перетин при згині з крученням. У цьому випадку переріз розбивається на чотири відрізки і для кожного відрізка в розрахунок вводиться свій усереднений кут зсуву.

Позначаючи $\beta = \Phi/360^\circ$, отримуємо:

$$\theta = \left[\gamma_{y\theta, \text{ inf}} + \gamma_{y\theta, \text{ sup}} \left(1 - 2\beta \right) + 2\beta \cdot \gamma'_{y\theta} \right] / 2r_0, \qquad (1.214)$$

де $\gamma_{y\theta, inf}$, $\gamma_{y\theta, sup}$ - кути зсуву нижнього і верхнього відрізка контуру перерізу; r_0 - середній радіус труби.

Прямокутний перетин при поперечному згині з крученням. Кут закручування прямокутного перерізу визначається за формулою:

$$\theta = \frac{b_t \left(\gamma_{xy, inf} + \gamma_{xy, sup}\right) + 2h_0 \gamma_{yz}}{2h_0 b_f} = \frac{\gamma_{xy, inf} + \gamma_{xy, sup}}{2h_0} + \frac{\gamma_{yz}}{b_f}, \qquad (1.215)$$

де $\gamma_{xy,inf}$, $\gamma_{xy,sup}$, γ_{yz} - кути зсуву нижньої, верхньої та бокових граней перетину.

1.4.4. Розрахунок міцності елементів, що працюють на кручення зі згином

Руйнування внаслідок текучості арматури. Згідно з раніше діючим СНиП 2.03.01-84* при розрахунку елементів на кручення з згином повинна дотримуватися умова:

$$T_{b} \le 0.1 R_{b} b^{2} h,$$
 (1.216)

яка з деякими модифікаціями увійшла і в наступні вітчизняні норми. Принагідно зауважимо, що у свій час були встановлені інші умови для елементів з важких і легких бетонів (1.243, 1.244).

При розрахунку елементів на кручення зі згином по міцності використовується узагальнена формула виду:

$$T_{s} \leq R_{sn}A_{s}\frac{1+\varphi_{\omega}\cdot\delta\cdot\lambda^{2}}{\psi_{q}\cdot\lambda+\chi}(h_{0}-0,5x), \qquad (1.217)$$

де висота стиснутої зони *х* визначається (як при чистому згині, див. формули (29), (93) [87]) з виразу:

$$A_{s}R_{sn} - A_{s}'R_{sn}' = R_{bn} \cdot b \cdot x. \tag{1.218}$$

За своєю структурою формула (1.217) є більш простою для практичних розрахунків. Спрощення її відбулося за рахунок введення коефіцієнтів λ , φ_{ω} , δ , φ_q взамін відповідних коефіцієнтів формул (97), (98), а також зміни коефіцієнта $\chi = 1/H_1$.

Проте, існує більш ефективний і менш трудомісткий спосіб розрахунку, як вважає М.І.Тимофеев [91], що базується на встановленні залежності площі арматури від навантажень, розмірів перетину, характеристик бетону та арматури. У кожному з трьох випадків величини χ , φ_q і δ відомі, а величини φ_{ω} і λ слід визначити індивідуально. Значення цих величин для кожної з трьох схем руйнування беруться невигідними. Такою є точка позитивного мінімуму функції $\varphi(\lambda) = (1 + \varphi_{\omega} \cdot \delta \cdot \lambda^2) / (\varphi_q \cdot \lambda + \chi)$ на сегменті $(0,1/\delta)$ [100].

Оскільки λ не повинна перевищувати $1/\delta$, то для визначення $\lambda \in$ придатною формула:

$$\lambda = \min\left[-\frac{\chi}{\varphi_q} + \sqrt{\left(\frac{\chi}{\varphi_q}\right)^2 + \frac{1}{\varphi_w} \cdot \delta}, \frac{1}{\delta}\right],\tag{1.219}$$

звідки відповідно для 1 і 3-ї схеми руйнування, маємо:

$$\lambda = \min\left(\mp \frac{M_t}{T} + \sqrt{\left(\frac{M_t}{T}\right)^2 + \frac{2h+b}{\varphi_{\omega} \cdot b}}, \frac{2h+b}{b}\right);$$

для 2-ї схеми руйнування:

$$\lambda = \min\left(\sqrt{\frac{2b+h}{\varphi_{\omega} \cdot h}}, \frac{2b+h}{h}\right).$$

В розрахунок слід вводити приведений момент за формулою:

$$M_{tred} = \left(\varphi_q \lambda + \chi\right) T / \left(1 + \varphi_\omega \cdot \delta \cdot \lambda^2\right) = R_s A_s \left(h_0 - 0, 5x\right).$$
(1.220)

Приймається умова, що площа арматури у стиснутій зоні перерізу дорівнює площі, отриманої з розрахунку за 3-ю схемою руйнування. О скільки $R_s A_s = A'_s R'_s + R_b bx$, то з рівняння (1.220):

$$M_{tred} = (A'_{s}R'_{s} + R_{b}bx)(h_{0} - 0, 5x).$$

Вирішення цього квадратного рівняння відносно *x* призводить до виразу:

$$x = h_0 - 0.5 \frac{R'_s A'_s}{R_b \cdot b} - \sqrt{\left(h_0 - \frac{R'_s A'_s}{R_b \cdot b} - 0.5\right)^2 - \frac{2\left(M_{tred} - A'_s R'_s \cdot h_0\right)}{R_b \cdot b}}.$$
 (1.221)

У залежності від величини x можливі випадки: якщо $x \le 2a'$, то з рівняння (1.220) з x = 2a' визначається A_s ; якщо $2a' < x < \xi_R h_0$, то з рівняння (1.218) визначається A_s ; якщо $x > \xi_R h_0$ (або x - комплексне), то приймаючи $x = \xi_R h_0$ з рівняння (1.220) визначається A_s .

Розрахунок за 2-ю схемою руйнування здійснюється при $T > 0,5Q_b$. Якщо $A'_s = A_s$, то x визначається з формул (1.218). У загальному випадку (при $R_s \neq R'_s$) знаходимо:

$$A_{s} = \frac{(b-a_{2})R_{b}\cdot h}{R_{s}-R_{s}'} - \sqrt{\left[\frac{(b-a_{2})R_{b}\cdot h}{R_{s}-R_{s}'}\right]^{2} - \frac{2M_{tred}\cdot R_{b}\cdot h}{R_{s}(R_{s}-R_{s}')}},$$
(1.222)

де a_2 - відстань від бічної грані до осі стрижнів арматури, розташованих на цій грані.

Величина φ_w визначається за формулою:

$$\varphi_{w,\min} = \frac{0,5}{1+2\chi\sqrt{\delta}} \le \varphi_{\omega} \le \frac{1,5}{1+2\chi\sqrt{\delta}} \le \varphi_{w,\max} \quad . \tag{1.223}$$

При розрахунку за схемами 1 і 2 руйнування ураховуються всі обмеження, перевірки та рекомендації [84], а також реальні умови армування елементів:

$$H_1 = T/M_t;$$
 $H_2 = Qb/2T;$ (1.224)

$$H_{1} \leq 1 - 3\delta; \qquad 1 + \left(1 - \frac{2a_{2}}{b}\right)H_{2} \geq 1 + \delta H_{2} \leq 1 + \frac{2b}{h}; \qquad (1.225)$$

$$\varphi_{w1,\min} = 0.5 / \left(1 + 2\sqrt{\frac{b}{2h+b}} / H_1 \right);$$

$$\varphi_{w2,\min} = 0.5 / \left[1 + 2H_2 \sqrt{h/(2b+h)} \right];$$
(1.226)

$$\xi_1 = \varphi_{w1} / \varphi_{w1,\min}; \qquad \xi_2 = \varphi_{w2} / \varphi_{w2,\min}; \qquad (1.227)$$

$$K_{1} = \sqrt{\frac{1 + \left(\varphi_{w1,\min} \cdot H_{1}\right)^{2}}{1 + \left(1/H_{1}\right)^{2}}}; \qquad K_{2} = \sqrt{\frac{1 + \left[\varphi_{w2,\min}\left(1 + \delta \cdot H_{2}\right)\right]^{2}}{1 + \delta \cdot H_{2}}}; \tag{1.228}$$

$$T_{1} = \xi_{1} \cdot K_{1} \cdot R_{sn} \cdot A_{s1} (h_{0} - a_{1}'); T_{2} = \xi_{2} \cdot K_{2} \cdot R_{sn} \cdot A_{s2} (b - 2a_{2}');$$
(1.229)

$$T_{1,obs} = 5,5R'_{sp}A_{sp1}(h_0 - a'_{sp1})\varphi_{w1}\sqrt{\sigma_1};$$

$$T_{2,obs} = 5,5R'_{sp}A_{sp2}(b_0 - a'_{sp2})\varphi_{w2}\sqrt{\sigma_2}.$$
(1.229*)

Порядок розрахунку за відповідними схемами 1 і 2 руйнування піддається програмуванню на ЕОМ. За цими формулами складені відповідні програми розрахунку елементів на згин з крученням.

Як показали досліди [91], формула (1.218) часто виявляється непридатною. Дотримання її вимог свідомо завищує величини крутних моментів, наприклад, в попередньо напружених елементах, в яких за розрахунком не допускається поява тріщин.

Руйнування по стиснутому бетону. За наявності кручення площина стиснутої зони спрямована не перпендикулярно до площини дії згинального

моменту. У ній діють нормальні σ_b і дотичні τ_b напруження з відповідними рівнодійними D і s зусиллями. Зусилля D є рівнодіючою всієї поздовжньої арматури у розтягнутій та стиснутій зонах, а зусилля s, яке спрямоване поперек осі елемента, дорівнює різниці рівнодіючих зусиль в поперечних стрижнях, що перетинають, відповідно, розтягнуту і стиснуту зони в межах просторового перерізу [21].

Якщо при визначенні висоти стиснутої зони ураховувати лише одноосьовий напружений стан, то нормальні напруження можна виразити:

$$\sigma_b = \sigma_{sp} \cdot \cos^2 \alpha \,, \tag{1.230}$$

де $\cos \alpha = c_1/l_1$; l_1 - довжина нейтральної осі, а c_1 - її проекція на поперечний переріз елемента (див. рис. 1.4).

У момент руйнування по бетону можна прийняти:

$$\sigma_b = R_{bn} \left(c_1 / l_1 \right)^2.$$
 (1.231)

Розрахункова формула для визначення висоти стиснутої зони x₁ для попереднього напруженого елемента, що руйнується за 1-ю схемою, має вигляд:

$$x_{1} = \frac{R_{s}A_{s1} - R_{sp}A_{sp} - R'_{s}A'_{s} - \sigma'_{sp}A'_{sp}}{R_{bn}b}.$$
 (1.232)

Отже, за [78] наближено визначається висота стиснутої зони просторового перерізу при згині з крученням за тією ж формулою, що і для плоского перетину, тобто при чистому згині [83].

Проте, при згині з крученням бетон стиснутої зони працює в умовах складного напруженого стану і для складання умов міцності (у першому наближенні) можна залучити теорію Мора. У роботі [91] пропонується скористатися колами напружень, рівнянням кривої параболи і її апроксимацією. Зі збільшенням навантаження нормальні і дотичні напруження в бетоні будуть збільшуватися до граничних величин σ_1 , σ_3 , τ_y [80].

Використовуючи рівняння параболи, у [92] отримано:

$$2y^{2} = (\sigma_{1} - \sigma_{3})x + (\sigma_{1} + \sigma_{3})^{2}/8.$$
(1.233)

Виражаючи ординати X і Y через напруження σ'_b і τ (рис. 1.13) після перетворення, отримуємо:

$$\left[0,5(\sigma_{1}-\sigma_{3})-\sigma_{b}'\right]^{2}+4\tau^{2}=(\sigma_{1}+\sigma_{3})^{2}/4; \qquad (1.234)$$

$$\left[0,5(1-\rho)-(\sigma_{b}'/\sigma_{1})\right]^{2}+4(\tau/\sigma_{1})^{2}=(1+\rho)^{2}/4.$$
(1.235)

Підставляючи замість σ'_b величину R_{bn} , замість σ_1 величину R_{bn^*} , замість τ величину τ_y , з рівняння (1.235), маємо:

$$\left[0,5(1-\rho)-(R_{bn}/R_{bn^*})\right]^2+4(\tau_y/R_{bn^*})^2=(1+\rho)^2/4, \qquad (1.236)$$

де R_{bn^*} - кубикова нормативна (характеристична) міцність бетону.

Нормальні напруження σ'_b у стиснутій зоні бетону, як відомо, виражаються у відносних деформаціях за допомогою параболічної залежності [69]:

$$\left(\sigma_{b}^{\prime}/R_{bn^{*}}\right) = 2\left(\varepsilon_{b}/\varepsilon_{1}\right) - \left(\varepsilon_{b}/\varepsilon_{1}\right)^{2}.$$
(1.237)



Рис. 1.13 До апроксимації кривої параболи [69]

Відповідне відношення згинальних моментів можна також виразити за параболічним законом:

$$(M_m/M) = 2(\varepsilon_m/\varepsilon) - (\varepsilon_m/\varepsilon)^2.$$
 (1.238)

Індекси при відносних деформаціях відповідають позначенням: σ'_b , R_{bn^*} , M_m, M .

Якщо прийняти перед руйнуванням елемента від згину рівень напруженнь в бетоні верхньої фібри, не меншим 0,75 від R_{bn} , а деформації, рівними 1,5 ε_1 , то знайшовши з формули (1.238) значення ($\varepsilon_m/\varepsilon$) з формулою (1.237) отримаємо:

$$(R_{bn}/R_{bn^*}) = 1 - 0,25 \left[1 - 3\sqrt{1 - (M_m/M)^2} \right].$$
 (1.239)

При згині з крученням для частини конструкції між сусідніми тріщинами крутний момент, що сприймається стислою зоною бетону, наближено можна прийняти рівним величині різниці між зовнішнім моментом і моментом, що сприймається розтягнутою арматурою, а також умову $T'_b = T_{sl}$. Дотичні напруження τ від крутного моменту, який сприймається бетоном стиснутої зони висотою $x = \alpha h$, виражаються:

$$\tau_{y} = \left(2T_{b}^{\prime}/\alpha hb^{2}\right); \qquad (1.240)$$

$$T'_{b} = T - T_{s,l} \cdot K = T - K \left[\left(\alpha h \right)^{2} \left(3b - \alpha h \right) \sqrt{R_{btn} \left(R_{btn} + R_{bn} \right)} \right] / \sigma, \qquad (1.241)$$

де *К* - коефіцієнт, який ураховує роботу хомутів поза межами стиснутої зони.

Підставляючи в рівняння (1.236) замість R_{bn}/R_{bn*} значення з формули (1.239), замість τ і T'_b значення з формули (1.240), (1.241) отримаємо:

$$\left\{0,25\left[1-3\sqrt{1-(M_{t}/M)^{2}}\right]-0,5(1+\rho)\right\}^{2}+4\rho^{2}\left[\frac{2(T-T_{s,l}\cdot K)/\alpha\cdot hb^{2}}{R_{btn}}\right]=\frac{(1+\rho)^{2}}{4}$$

А замінюючи в першому співмножнику ρ на R_{bn}/R_{bn*} , отримаємо:

$$T \leq 0,25\alpha hb^{2}R_{bn^{*}}\sqrt{\left(1+\rho\right)^{2}}/4 - \left\{0,25\left[1-3\sqrt{1-\left(M_{t}/M\right)^{2}}\right] - 0,5\left(1+\rho\right)\right\}^{2} (1.242) + K\left[\left(\alpha h\right)^{2}\left(3b-\alpha h\right)\sqrt{R_{btn}\left(R_{btn}+R_{bn}\right)}\right]/6.$$

Рівняння (1.242) встановлює зв'язок між зовнішніми моментами M_t і *М* при руйнуванні конструкції і дозволяє знайти невідоме M_t через відомий *М* момент при згині.

1.5 Обгрунтування розрахункових залежностей для визначення розмірів та напружено-деформованого стану залізобетонних елементів при згині з крученням за результатами літературного огляду

Міцність. При виборі розмірів перерізів для попередження передчасного руйнування балок по стиснутому бетону були встановлені формули, відповідно, для важких і легких бетонів:

$$T \le 0,063R_{bn,m}b^2h; \quad T = 0,044R_{bn,m}b^2h,$$
 (1.243)

де коефіцієнти 0,063; 0,044 $\left(K = T_{obs} \cdot 10^{-3} / b^2 h R_{bn,m}\right)$ встановлені, відповідно, за середнім та меншим з їх табличних значень результатів випробувань.

Відповідно до [66] з урахуванням коефіцієнта умов роботи $\gamma_b = 1$ і безпеки по бетону $\gamma_b = 1,3$ формули (1.243) приймають вид:

$$T \le 0,125R_{bn}b^2h; \quad T \le 0,094R_{bn}b^2h. \tag{1.244}$$

Кручення. Для алгоритмізації розрахунку на ЕОМ циліндра, підданого крученню, в [98] введено систему рівнянь:

$$\sigma_{sy} = f(\varepsilon_{sy}); \quad \sigma_{s\theta} = \psi(\varepsilon_{s\theta}); \quad \tau = \varphi(\gamma);$$

$$\gamma = \frac{1}{2r} \left[r^2 \frac{d\theta}{dy} - r(\varepsilon_{sy} + 2\varepsilon_b) - d_\theta \varepsilon_{s\theta}/2 \right];$$

$$r_0 = \frac{d\theta}{dy} - r_0 \left(\varepsilon_{sy} + 2\varepsilon_b \right) - d_\theta \varepsilon_{s\theta} = 0;$$

$$T = \pi \int_{r_0}^{R} \tau r^2 dr; \quad \sigma_{sy} = \frac{\pi}{\sum} A_s \int_{r_0}^{R} \tau \cdot r dr; \quad \sigma_{s\theta} = \frac{s}{za_{s\theta}} \int_{r_0}^{R} \tau dr. \quad (1.245)$$

Передбачається, що тріщини розкриваються під кутами 45 ° до поздовжньої осі елемента і що в круглому перерізі радіусом r_0 - дотичні напруження в бетоні τ досягають величин τ_y . Задача зводиться до визначення 8 невідомих. Якщо ж r_0 розглядати як параметр, то усунення невідомих σ_{sy} , $\sigma_{s\theta}$, τ , γ , $\frac{dA}{dy}$, T призводить [91] до системи двох рівнянь з двома невідомими:

$$F(\varepsilon_{s\theta},\varepsilon_{sy})=0; \quad \Phi(\varepsilon_{s\theta},\varepsilon_{sy})=0.$$
 (1.246)

Ці рівняння можна представити у вигляді двох сімейств кривих *A* і *Б*, що перетинаються в точках *X* (рис. 1.14)



Рис 1.14 Сімейство кривих А і Б, що перетинаються в точках Х [91]

Отже, проблема розрахунку залізобетонного циліндра при крученні полягає у визначенні для ряду значень r_0 координати точок X, в яких $\tau \to \tau_y$. Знаючи деформації $\varepsilon_{s\theta}$, ε_{sy} , можна обчислити й інші 6 невідомих. Визначення точок *X* перетину кривих проводиться методом ітерацій. Розрахунок можна розділити на ряд підпрограм.

Як відомо, в основі формул для розрахунку симетричних перерізів за СНиП 2.03.01-84* покладена нерівність Н.Н Лессиг [64, 63]:

$$\sum T \le T_b + \sum T_{sl} + \sum T_{sw}, \qquad (1.247)$$

де $\sum T$ - зовнішній сумарний крутний момент, що сприймається перерізом; T_b - крутний момент від рівнодіючої напружень в бетоні стиснутої зони;

 $\sum T_{sl}$ - сума моментів зусиль, що приймаються розтягнутою і стиснутою поздовжньою арматурою;

 $\sum T_{sw}$ - сума моментів від зусиль в поперечних стрижнях, що діють в місцях їх перетину просторовою тріщиною.

Для пружно-пластичної стадії роботи крутний момент, який сприймається повним бетонним перетином (формула 1.247 ураховує лише опір стиснутої зони) подамо у вигляді [91]:

$$T_{b^*} = R_{btn} b^2 h \sqrt{2b_r^2 + h_r^2} / \left[3.9\sqrt{2b_r + h_r^2} - 4(h_r - b_r) \right].$$
(1.248)

Крутний момент, який сприймається поздовжньою арматурою, дорівнює:

$$T_{sl} = G_{sn} I_{st} \theta / l, \qquad (1.249)$$

де $I_{st} = 0,25(A_s + A'_s)(h - 2a')^2; \quad \frac{\theta}{l} = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{R_{btn}}{b_r G_{bn}};$

 α , β - коефіцієнти форми перерізу, що визначаються за таблицями.

Підставивши значення θ/l та I_{st} у формулу (1.249), отримаємо:

$$T_{s} = G_{sn} \alpha \left(\mu_{y} - \mu_{y}' \right) h_{r} \left(h - 2a' \right) R_{btn} / 4G_{bn} \beta , \qquad (1.249^{*})$$

де $(\mu_y - \mu'_y)h_r = (A_s + A'_s); G_{sn}, G_{bn}$ - нормативні модулі зсуву відповідно для арматури і бетону.

Визначення крутних моментів за формулами (1.248, 1.249 *) допускає утворення похилих тріщин до розмірів ядра перерізу бетону (розміри ядра перерізу див. [77]).

Як показали досліди, в зразках первісна похила тріщина спочатку виникла на одній бічній грані висотою *h*, а потім поширилася на інші грані.

Крутний момент, що сприймається вертикальними вітками хомутів, розташованими на межі *h* з тріщиною, можна виразити:

$$T_* = R_{snw} a_{sw} h_r \left(b_r - 0.5 b_r \right) / s \tag{1.250}$$

або врахувати спеціальним емпіричним коефіцієнтом *К* до моменту, який сприймається подовжньою арматурою:

$$K = 2 + 17 \cdot 10^{-6} \frac{a_{sw}}{b_r \cdot s} \left(\frac{R_{snw}}{R_{btn}}\right)^3.$$
 (1.251)

З урахуванням формул (1.247, 1.248, 1.249 *, 1.251) загальний крутний момент виразиться:

$$\sum T = \frac{b_r h_r R_{btn} \sqrt{2b_r^2 + h_r^2}}{3.9\sqrt{2b_r^2 + h_r^2} - 4(h_r - b_r)} + \frac{G_s \alpha \left(\mu_{sy} - \mu_{sy}'\right) h(h - 2a_1') R_{btn} K}{4G_{bn} \cdot \beta} \cdot (1.252)$$

В коефіцієнті K, як показали досліди, враховані, по-перше, граничний стан хомутів і бетону, по-друге, деякий перерозподіл зусиль між арматурою і бетоном після утворення тріщин. Отже, арматуру можна підібрати таким чином, щоб з настанням текучості сталі (R_{sny}, R_{snw}) одночасно відбувалося руйнування бетонного ядра перерізу. Незважаючи на деяку наближеність цих міркувань, розрахунок за формулою (1.252) дає хорошу збіжність з результатами дослідів.

Дослідами встановлено, що бетонним ядром сприймається 55-60% зусиль від загального обертового моменту. Тому міцність вертикальних армованих перерізів при крученні емпірично можна виразити за формулою [97]:

$$T = \frac{b^{2}(h-0,33b)R_{bc,tor}}{4,5} + \left[0,33\frac{R_{s}A_{s}(b_{0}-a_{2})(h_{0}-a_{1}')s}{R_{sn}a_{sw}(b_{r}+h_{r})h_{r}b_{r}} + 0,15\frac{h_{r}}{b_{r}}\right] \cdot \frac{h_{r}b_{r}a_{sw}R_{swn}}{s} \cdot \frac{h_{r}b_{r}a_{sw}R_{swn}}{s} \cdot$$
(1.253)

Формула (1.253) призводить до задовільної збіжності дослідних даних з розрахунковими при дотриманні нерівностей:

$$1,5\% < \mu_{sy} < 2,0\%; \quad 0,3\% < \mu_{sw} < 0,5\%.$$
(1.254)

де μ_{sy} , μ_{sw} - відповідні площам A_s , a_{sw} відсотки армування перерізу; b_r , h_r - ширина і висота бетонного ядра перерізу.

Характеристичний або нормативний опір бетону крученню [45, 85, 91] можна виразити:

$$R_{bc,tor} \approx 0, 1R_{bn^*} \approx (1,35 \div 1,7) R_{btn} R_{bn^*} / (R_{bn^*} - R_{btn}).$$
(1.255)

У формулі (1.255) менший коефіцієнт в чисельнику відповідає класу бетону В20 (С16/20), більший - В40 (С35/40). Формула отримана з пропорції, складеної за координатами точок прямої:

$$\tau_{o \kappa m} - 1,82\sigma_{o \kappa m} = 1,$$
 (1.256)

де $au_{o \kappa m}$, $\sigma_{o \kappa m}$ - октаедричні напруження.

Кручення з поздовжньою силою. Міцність перерізу колони при крученні та центральному стиску, на основі багатофакторного аналізу розрахункових і дослідних даних визначається залежністю, яка витікає з умови граничного стану елемента:

$$T \leq 0.9b^{2}h\sqrt{R^{*}R_{bn}}\left[2.5\sqrt{1+(10\sigma_{b}/R_{bm})}-1.5\right] - \left(0.6+\frac{0.4h_{r}}{b_{r}}\right) \cdot \frac{R_{swn} \cdot a_{sw}h_{r} \cdot b_{r}}{s},$$
(1.257)

де $\sigma_b = N/A_b$ - напруження в бетоні від сили N при центральному стиску; R^* - величина, що умовно дорівнює одиниці.

Кручення зі згином. Дещо в іншій інтерпретації з рівності зовнішнього та внутрішнього моменту щодо взаємного обертання частин балки (рис. 1.15), може бути знайдена умова міцності елемента таврового перетину, підданого згину з крученням:

$$\sum M = M_{ts} + M_{tb} + \sum T_w = M_t \sin \alpha + T \cos \alpha.$$
(1.258)

Момент, який сприймається стиснутою зоною бетону висотою х:

$$M_{tb} = 0.5x^2 R_{bn} b' \cos \alpha. \tag{1.259}$$

Момент, який сприймається поздовжньою арматурою:

$$M_{ts1} = R_s A_s (h_0 - x) \sin \alpha.$$
 (1.260)

Момент, який сприймається горизонтальними вітками хомутів х:

$$T_n = \left[R_{sw} a_{swh} \left(b - 2a_2 \right) \right] ctg \beta \cos \alpha \left(h - x - a_1 \right) / s.$$
 (1.261)

Зусилля в хомутах, що перетинаються похилою тріщиною:

$$P = R_{sw}a_{swv} \left(h_0 - a_1'\right) \left[K \cdot ctg\beta' + (1 - K)ctg\psi'\right]/s,$$

де $(h_0 - a_1')(1 - K)$ - гранична висота стиснутої зони бетону; β' , ψ' - кути нахилу тріщини руйнування, відповідно, в межах стінки і полички балки.

Для перетинів з нерозвиненою верхньою поличкою наближено можна прийняти:

$$\beta' = 90^{\circ} - \frac{b_0 - 2a_2}{b} \left(90^{\circ} - \beta\right); \quad \psi' = \psi \left(2 - \frac{b_0 - 2a_2}{b}\right). \tag{1.262}$$

Плече пари сил:

$$e = \frac{h}{2} \Big[K \cdot ctg \beta + (1-K) ctg \psi \Big] + \frac{h}{2} \Big[K \cdot ctg \beta' (1-K) ctg \psi \Big] - (1.263)$$

$$-m - n = h \Big[K \cdot ctg \beta + (1-K) ctg \psi \Big] + (h_0 - 2a_2) (ctg \beta - ctg \alpha).$$

Момент від вертикальних віток хомутів дорівнює:

$$T_{\nu} = \frac{R_{sw}a_{sw\nu}}{s} (h_0 - a_1') \Big[K \cdot ctg \beta' + (1 - K) ctg \psi' \Big] h \times \\ \times \{ \Big[K \cdot ctg \beta + (1 - K) ctg \psi \Big] + (b_0 - 2a_2) (ctg \beta + ctg \alpha).$$

$$(1.264)$$

Підсумовування виразів з формул (1.259) - (1.264) призводить до розгорнутого виразу (1.258). Момент від вертикальних віток хомутів відносно осі, нормальної до нейтральної, дорівнює $T_{\nu} \sin \alpha$.



Рис 1.15 Розвиток тріщин в тавровому перерізі за [97]

Дослідами встановлено, що міцність прямокутного перерізу при чистому згині M, починаючи з відношення $T/M_t \ge 0, 2$, перевищує міцність елемента при згині з крученням M_t , тобто за [97]:

$$M \ge M_t + T/\omega. \tag{1.265}$$

Звідси виразимо значення крутного моменту *T* через величину згинального моменту (при чистому згині *M* і при згині з крученням):

$$T \leq \frac{b_r \left(1 + ctg\alpha\right)}{h + b \cdot ctg\alpha} \frac{\sqrt{R_* R_{bn}}}{R_{btn}} \Big[R_s A_s \left(h_0 - a'\right) - M_t \Big], \qquad (1.266)$$

де ω - коефіцієнт повноти епюри напружень в бетоні стиснутої зони; α - кут нахилу тріщини руйнування до поздовжньої осі елемента;

$$\omega = \frac{b_r \left(1 + ctg\alpha\right)}{h + b \cdot ctg\alpha} \frac{\sqrt{R_* R_{bn}}}{R_{btn}}; \quad ctg\alpha = \frac{C_1}{2h + b}.$$
(1.267)

Наводимо залежності, встановлені за результатами аналізу випробувань зразків, при цьому враховувалися значення: μ_{sx} ; μ_{sy} ; s_w ; θ ; φ_w ; q_{sw} за [82].

Двотаврові перерізи. З аналізу узагальнених факторів встановлені залежності:

$$\frac{M}{\sqrt{1+\frac{2h}{b_f}}} + 1 = (1+H_2) \frac{b_f (h_0 - a_1)}{h(b-a_2)} \sqrt{\frac{3(2+h/b_f)A_{s2} \cdot R_{sn} \cdot s_2}{(1+\frac{A'_{s2}}{A_{s2}})(2\frac{h}{b}+1)a_{sw2} \cdot R_{snw}}}; \quad (1.268)$$

$$\frac{T}{M_t} = \frac{1}{1+H_2} \cdot \frac{h}{b_f} \cdot \frac{b_f - a_2}{h-a_1} \sqrt{\frac{1+(A'_s/A_{s2}) \cdot a_{sw2} \cdot R_{snw} \cdot b_f}{2+(h/b) \cdot R_{sn} \cdot A_{s2} \cdot s_2}}, \quad (1.269)$$

93

де M - згинальний момент, що сприймається перерізом при чистому згині; $H_2 = (Q_{obs}b_f/2T_{obs});$

$$Q_{obs} = T_{obs} Q_{crc,d} / T_{crc,obs}; \quad Q_{d,crc} = 1,5 E_{bn} I_{xf} \frac{h \cdot \theta_{crc,obs}}{z^3}, \quad (1.270)$$

де z - висота опорного перерізу;

де

$$T(1+H_{2}) = A_{s2} \cdot R_{sn} (b_{0} - 0.5x_{z}) \frac{h}{c_{2,obs}} + 0.575a_{sw2} \cdot R_{swn} \cdot \left(\frac{b_{0} - x_{z}}{2}\right) \left(\frac{h - 2h_{f}}{s_{2}}\right).$$
(1.271)

Встановлені межі для довжини проекції тріщини руйнування за схемою руйнування 2:

$$b_n + h \le c_{2,obs} \le 2(b'_f + h)$$
 (1.272)

Тонкостінні таврові перерізи. Пропонується формула для визначення центру згину, що збігається з центром кручення [94]:

$$x_{u,3r.} = 0.5 \left[h'_{f} + \frac{h \cdot b^{3} \left(h - h_{f} \right)}{h'_{f} \cdot b_{f}^{3} + b^{3} \left(h - h_{f} \right)} \right].$$
(1.273)

Згинальний момент, що сприймається стінкою тонкостінної балки у вертикальній площині може бути знайдений з виразу:

$$M_{t,\nu} = \frac{\left(M_{t,obs}/T_{obs}\right)^2 - R_{sn}A_s\left(h_0 - 0, 5x\right)}{\left(M_{t,obs}/T_{obs}\right) + 0,8(2\alpha_1 + 1)},$$
(1.274)

$$x = \frac{M_{t,obs} / T_{obs}}{M_{t,obs} / T_{obs} + 0,64(2\alpha_1 + 1)} \cdot \frac{R_{sn}A_s}{R_{bn}b'_f}.$$
 (1.275)

Формула забезпечує задовільну збіжність дослідних і розрахункових величин при дотриманні умови:

$$0, 6 \ge \frac{T}{M_t} \ge 0, 4. \tag{1.276}$$

За умови розгортки тріщини руйнування в пряму лінію встановлена залежність виду із загальноприйнятними позначеннями:

$$M_{t,v} \cdot b = -T_{obs} \cdot c_1 + (A_s R_{sn} + 0, 67 R_{sn1} A_{s1})(h_0 - x)b + + R_{snw} a_{sw} (h - x) ctg \left[\frac{h - x}{2} ctg \frac{b}{c_1} - \frac{b}{2} \right] \cdot \frac{c_1}{s}.$$
(1.277)

Міцність по поперечній силі. Замість умови [87] для напружених балок, підданих поперечному згину з крученням. за результатами випробувань 40 зразків рекомендовані залежності [90]:

- для балок з важких бетонів

$$(T/T_{2,obs}) + (Q/Q_{obs}) \le 1; \quad Q_{obs} \le Q_{bw} - 2, 2T_{obs}/b;$$
 (1.278)

- для керамзитобетонних балок:

$$Q_{obs} \le Q_{bw} - 1,75T_{obs}/b.$$
 (1.279)

За результатами випробувань двопрогінних кривих брусів з важких бетонів була встановлена залежність:

$$Q_{obs} \le Q_{bw} - (1, 1 \div 3, 1) T_{obs} / b.$$
 (1.280)

Для визначення міцності похилих перерізів по поперечній силі тонкостінних балок в літературі [94] рекомендується формула:

$$Q = \sum R_{snw} \cdot a_{sw} \cdot n + \frac{0.15R_{bn} \cdot b \cdot h_0^2}{C} + \frac{b_f' - b}{b_f} h_f^2 \cdot R_{bn}$$
(1.281)

Щоб уникнути передчасного розкриття похилих тріщин і для прийняття достатніх розмірів перерізів в [96] пропонуються наступні критерії розрахунку:

- при $M_{t,crc,obs}/M_t \le 0,5$, критерій «а»

$$\left(T_{crc,obs}/T\right)^{2} + \left(Q_{crc,obs}/Q\right) \le 1; \qquad (1.282)$$

- при $0,5 \le M_{t,crc,obs}/M_t \le 1$, критерій «б» [99]

$$\left\{T_{crc,obs} / \left[T\left(1,5 \div 1, 3M_{t,crc,obs} / M_{t}\right)\right]\right\} + \left(Q_{crc,obs} / Q\right)^{2} \le 1, \quad (1.283)$$

де: $T_{crc,obs}$, $M_{t,crc,obs}$, $Q_{crc,obs}$ - відповідно, крутний, згинальний моменти, поперечна сила при утворенні тріщин; M_t , T, Q - відповідно, згинальний, крутний моменти, поперечна сила, яка сприймається поперечним перерізом.

Тріщиноутворення. За результатами випробувань колон встановлена залежність [88]:

$$T_{d,crc} = b^2 \cdot h \cdot R_{bn,tor} / [5, 6 + (3b/h) + 0, 2].$$
(1.284)

Для слабоармованих елементів, що працюють на кручення, момент появи тріщин краще визначати за формулою (схожою з формулою Нилендера):

$$T_{b} = 0.167 (3h - b) b^{2} \cdot R_{bn,tor}, \qquad (1.285)$$

де $R_{bn,tor}$ - нормативний (характеристичний) опір бетону при крученні (див. 1.255).

За результатами випробувань попередньо напружених III серії в [97] пропонується:

- використати формулу (1.139 **) у вигляді:

$$\tau_b^2 - \sigma_x \cdot R_{btn} - (R_{btn})^2 = 0; \qquad (1.139^{***})$$

- підставляючи в це рівняння відомі дослідні величини, знаходимо:

$$H_{1} = \left(T_{crc,obs} / M_{t,crc,obs}\right); \tau_{b} = \left(T_{crc,obs} / \alpha b^{2} h\right); \sigma_{x} = \left(4T_{crc,obs} / b^{2} h\right) + \sigma_{L};$$

$$\left(T_{crc,obs}\right)^{2} + \left(\frac{4R_{btn}\alpha^{2}b^{3}}{H_{1}}\right)T_{crc,obs} - \left[\left(R_{btn}\right)^{2} - R_{btn}\sigma_{b}\right]\alpha^{2}b^{4}h^{2} = 0$$
(1.286)

a60 $T_{crc,obs} = 0, 5\left(-K_1 + \sqrt{K_1^2 + 4K_2}\right),$

де
$$K_1 = 4R_{btn} \cdot \alpha^2 \cdot b^3 / H_1; \quad K_2 = \left[\left(R_{btn} \right)^2 + R_{btn} \cdot \sigma_b \right] \alpha^2 \cdot b^4 \cdot h^2; \quad (1.287)$$

 σ_b - усталене попереднє напруження в бетоні

При випробуванні попередньо напружених балок залежність між x₁ і h₀ встановлена у вигляді [97]:

$$x_{1} = \left(0,55 - 0,83\sqrt{T_{obs}/M_{t,obs}}\right)h_{0}.$$
(1.288)

Деформації. Для паль, підданих крученню, дослідні напруження в спіральній арматурі визначалися за формулами [97]:

$$\sigma_{s\theta} = \frac{T_{obs} \cdot s}{2\pi \cdot A_{bn} \cdot a_{s\theta} \cdot \cos^2 \varphi}; \quad \sigma_{s\theta} = \frac{3T_{obs} \cdot s}{2\pi \cdot a_{s\theta} \left(3R^2 + 2R \cdot r_{cir} + r_{cir}^2\right)}.$$
 (1.289)

Напруження в поздовжній арматурі визначалися за формулами:

$$\sigma_{sy} = \frac{T_{obs}}{\sum A_{sy} \cdot r_L}; \quad \sigma_{s\theta} = \frac{4,7T_{obs} \left(2R - r_L\right)}{\sum A_{sy} \left(3R^2 + 2R \cdot r_L + r_L^2\right)}.$$
 (1.290)

У цих формулах позначено: φ - кут підйому спіралі; r_L , r_{cir} - радіус осі, відповідно, поздовжньої та спіральної арматури; A_{bn} - площа ядра перерізу бетону. Для колон, випробуваних у вертикальному положенні, найбільш прийнятною (для визначення кута закручування до моменту утворення тріщин) виявилася залежність у вигляді:

$$\theta_{crc,obs} = \frac{0,000167}{\beta \cdot b} \left(1 + \frac{5h^2}{b^2} \right) \sqrt{1 + 5\sqrt{\sum \mu_{sy} + \mu_{sw}}}, \qquad (1.291)$$

де коефіцієнт форми прийнятий рівним:

$$\beta = 0,163\sqrt{h/b}$$
(1.292)

Для балок, підданих згину з крученням, кут закручування слід визначати за формулою [78]:

$$\theta_{*crc,obs} = \theta_{crc,obs} \left(1 + \frac{M_t}{M} \right). \tag{1.293}$$

Для попередньо напружених балок, підданих згину з крученням до моменту утворення тріщин, кут закручування визначається за формулою [97]:

$$\theta_{crc,obs} = \frac{T_{crc,obs} \left(h^2 + b^2\right) l}{0,0945 E_{bn} \cdot h^3 \cdot b^3}.$$
(1.294)

У пружно-пластичній стадії роботи кут закручування визначається за формулою:

$$\theta = \left[\left(T_{crc,obs} / D_{t,crc,obs} \right) + \left(T_{obs} - T_{crc,obs} \right) / D_t \right] l, \qquad (1.295)$$

де $D_{t,crc,obs}$ - жорсткість перерізу балки перед утворенням тріщин;

*D*_t - жорсткість перерізу балки перед руйнуванням.

При випробуванні балок III серії модуль зсуву при крученні визначається за формулою [100]:

$$G_{b} = \frac{3E_{b} \cdot I_{x} \cdot f_{crc,obs} \cdot T_{crc,obs}}{I_{tor} \cdot l \cdot \theta_{crc,obs} \cdot M_{t,crc,obs}}.$$
(1.296)

Моменти інерції визначалися за формулами:

$$I_{tor} = 0,2225h^{3}b^{3}/(h^{2}+b^{2}); \quad I_{tor} = 0,156b^{3}h + L_{s}.$$
(1.297)

При напруженнях, що не перевищують 0,8*R*_{bn}, відповідно, для важких і легких бетонів, знайдені вирази для модулів пружності:

$$E_b = 19000\sqrt{R_{bn}R_*}; \quad 11000\sqrt{R_{bn}R_*} = E_{kb}; \quad 57000 \, \lg R_{bn} = E_{kb}.$$
 (1.298)

Висновки за результатами аналізу літературних джерел

Визначні роботи в області теорії залізобетону (В.М. Бондаренка [17], С.М. Крилова [60], М.І. Карпенка [49] та ін. дають можливість оцінити вплив непружних властивостей матеріалів на роботу конструкції при різних режимах навантаження на основі інтегральної фізичної моделі залізобетону [10, 20]. Проте, ці положення ще знайшли відображення у діючих нормах проектування залізобетонних елементів, що зазнають кручення.

Сучасні уявлення про роботу залізобетону базується на дискретній фізичній моделі матеріалу О.О. Гвоздєва [23], Г.А. Геніїва [24], В.М. Байкова [4] та ін.. Дискретна фізична модель дає можливість побудувати фізичні співвідношення для різних випадків складного напруженого стану і розширити клас задач, що розв'язуються з урахуванням непружних властивостей матеріалу.

Широко відомим є напрямок, що базується на системі рівнянь рівноваги в граничному стані перерізу, започаткований полтавською школою вчених на чолі з М.С. Торяником, П.Ф. Вахненком [82]. В області косого згину з крученням відомі роботи А.М. Кузьменко, Л.В. Фалєєва [82, 113], А.М. Павлікова [73], О.М. Клюки та ін. суттєво розвинули теорію розрахунку складно напруженого залізобетонну.

Як показали дослідження зарубіжних авторів, розрахунки залізобетонних елементів, підданих згину з крученням, в основному, здійснюються за емпіричними формулами [15, 45, 57, 85]. Такі розрахунки, обґрунтовані дослідами, надійні для відповідних типорозмірів, але не економічні.

Отже, з аналізу сучасного стану проблеми можна зробити такі висновки.

1. Існують декілька напрямків розрахунку міцності елементів залізобетонних конструкцій при їх складному напружено-деформованому стані, загальних за початковими передумови, але різних за своєю реалізацією.

2. Не достатньо висвітленими залишаються питання тріщиностійкості елементів при крученні у взаємодії з іншими зусиллями, їх деформативності із-за недостатньої вивченості зв'язків $T_{bs} = F(\theta); \ \tau_{bs} = \Phi(\gamma_{bs})$, тобто діаграм кручення, зсуву,а також питання міцності елементів конструкцій при складних деформаціях.

3. Суттєвий вплив на розвиток науки про залізобетон мала теорія пружно-повзучого тіла та механіка залізобетону за допомогою яких М.І. Тимофєєв, М.І. Карпенко та їх учні спробували заповнити прогалини в дослідах і в вирішенні задач, що стосуються деформацій складного опору залізобетонних конструкцій.

4. Очевидно, що найбільш перспективним для подальшого розвитку науки про залізобетон є розвиток і вдосконалення деформаційного методу розрахунку, який з єдиних позицій дозволяє прогнозувати тріщиностійкість, деформативність та міцність нормальних, похилих і просторових перерізів.

5. Представлені дані вітчизняних та зарубіжних дослідників показали, що у них ще не склалася єдина думка про вплив конструктивних чинників та факторів зовнішньої дії на несучу здатність прогінних залізобетонних конструкцій як зокрема, так і взаємодії.

6. Запропоновані різними авторами інженерні методики розрахунку міцності, тріщиностійкості та деформативності залізобетонних елементів, що зазнають згину з крученням, як правило, не носять узагальнючого характеру і висвітлюють, зокрема, той чи інший вид їх напружено-деформованого стану.

7. Опубліковані фізичні нелінійні моделі деформування залізобетону не адаптовані в достатній мірі для загального випадку напруженого стану прогінних залізобетонних елементів та не ураховують появу в їхніх перерізах всіх внутрішніх силових факторів, зокрема, поперечної сили.

8. Сучасні програмні комплекси дозволяють анімувати у наявній формі напружено-деформований стан дослідних елементів за допомогою нелінійних скінчено-елементних розрахунків шляхом створення спеціальних деформаційних моделей для кожного виду конструкцій та їх напруженого стану. Щоправда, такі розрахунки є довготривалими з поетапним аналізом напруженого стану, оскільки ці комплекси були створені для других цілей.

Із вказаних висновків витікають задачі досліджень, які представлені у вступі.

РОЗДІЛ 2

МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ БАЛОК ПРЯМОКУТНОГО ПОПЕРЕЧНОГО ПЕРЕРІЗУ ПРИ ЗГИНІ З КРУЧЕННЯМ

2.1. Конструкція дослідних зразків-балок

Дослідні зразки представляють собою вільно обперті (рис. 2.1...2.3) однопрогінні балки прямокутного перерізу з розмірами і розрахунковою довжиною прольоту $l = 9h_0 = 1575$ мм, де: h_0 - робоча висота перерізу, що дорівнює 175 мм. Балки армовані просторовими каркасами з поздовжньою нижньою 2012, 14, 16A500C і верхньою 208, 10, 12A500C арматурою. Замкнута поперечна арматура на приопорних ділянках складається з 203, 4, 5Bp, а на інших ділянках - 06A240C. Довжина прольоту зрізу також змінюється в межах $1h_0$, $2h_0$, $3h_0$.

Армування дослідних зразків-балок здійснене згідно з рекомендаціями щодо застосування арматурного прокату за ДСТУ3760-98 при проектуванні і виготовленні залізобетонних конструкцій без попереднього напруження арматури.

Щоб уникнути проковзування робочої арматури на опорі збільшена довжина її анкерування (11,6-15,5d), а також приварені 506A240C з кроком 44мм.

Для виключення утворення похилої тріщини за межами прольоту зрізу (лінію дії зосередженого вантажу) по краях зони чистого згину встановлені додаткові поперечні стрижні Ø6A240C з кроком 43 і 44 мм.

Для виготовлення дослідних зразків використовували звичайний важкий бетон класу C20/25 на гранітному щебені фракцій 5 ... 10 мм, кварцовому піску з модулем крупності 1,5, а в якості в'яжучого - звичайний портландцемент марки 400 без добавок. Для зменшення водоцементного відношення, поліпшення легкого укладності бетонної суміші і скорочення термінів набору міцності бетону у всіх дослідах використовували комплексну

Ø3 Bp 1 ③ Ø5 Bp 1 ② Ø3 Bp1 Ø5 Bp 1 5 Ø6 A240C 17 Ø6 A240C 5 Ø6 A240C 2 Ø12 A500C 25 2 50 50 200 (5) .24 <u>2 Ø16 A</u> 25 5000 4×44 87,5×2 87,5×12=1050 87,5×2 4×44 24 25 50 25 43 44 43 44 Ø3 Bp 1 ③ Ø5 Bp 1 ⑧ Ø3 Bp 1 5 Ø6 A240C Ø5 Bp 1 5 Ø6 A240C 17 Ø6 A240C 1002 Ø8 A500C 25 3 150 200 150 000 (8) 24 2 Ø12 A500C 25 87,5×2 4×44 87,5×2 87,5×12=1050 4×44 24 25 50 .25 44 43 43 44 Ø3 Bp 1 (9) Ø3 Bp 1 5 Ø6 A240C Ø5 Bp 1 16 Ø5 Bp 1 5 Ø6 A240C 17 Ø6 A240C 100 2 Ø8 A500C 25 9 150 200 50 (16) 24 2 Ø16 A500C 25 4×44 87,5×12=1050 87.5×2 24 4×44 ,87,5×2 25 50 25 43 43/ 44 44 Ø3 Bp 1 (12) Ø3 Bp 1 Ø5 Bp 1 🕄 5 Ø6 A240C Ø5 Bp 1 5 Ø6 A240C 17 Ø6 A240C 100 2 Ø12 A500C 25 25 12 150 150 200 13 24 2 Ø12 A500C 25 4×44 87,5×2 87,5×12=1050 87,5×2, 4×44 24 25 50 25 43/ 44 43/ 44 Ø4 Bp 118 5 Ø6 A240C 17 Ø6 A240C Ø4 Bp 1 5 Ø6 A240C 1002 Ø10 A500C 25 50 150 (18) 24 2 Ø14 A500C 25 87,5×2 4×44 24 4×44 87,5×2 87,5×12=1050 25 25 50 43/ 44 44 43 1975 умовні позначення - № досліду i

добавку Релаксол-Супер М в кількості 1% від ваги цементу в перерахунку на суху речовину.

Рис.2.1 Схема армування дослідних балок з малим прольотом зрізу (a/h₀=1)



Рис.2.2 Схема армування дослідних балок з середнім прольотом зрізу (a/h₀=2)



Рис.2.3 Схема армування дослідних балок з великим прольотом зрізу (a/h₀=3)

До початку системних експериментальних досліджень були апробовані дослідні склади бетонів, що використовуються в подальшому для виготовлення дослідних зразків-балок.

На кожен дослід за планом експерименту були також виготовлені по 6 бетонних кубиків $100 \times 100 \times 100$ мм і по 6 призм $400 \times 100 \times 100$ мм, які згодом випробували у віці 90 діб і за один день до початку основних випробувань відповідно до вимог чинних норм. Для зменшення усадочних деформацій і забезпечення нормальних умов твердіння бетону дослідні зразки протягом 90...120 діб витримували під целофановою плівкою з вологою тирсою при близькій до 100%-ної вологості і температурі 16 ... 24° С.

У процесі випробування призм за рахунок вирівнювання поздовжніх деформацій на кожній ступені навантаження і завдання, приблизно, однакової швидкості їх наростання отримали висхідні гілки діаграми стану бетону. Осереднені діаграми деформування бетонних призм за класами бетону показані на рис. 2.6. Залежність осереднених значень коефіцієнта Пуассона від міцності бетону відображена на рис. 2.7.[51].

2.2 Планування п'ятифакторного експерименту по дослідженню напружено-деформованого стану прогінних залізобетонних елементів, що зазнають згину з крученням

На кафедрі опору матеріалів Одеської державної академії будівництва та архітектури були виконанні експериментальні дослідження залізобетонних елементів при їх згині з крученням з використанням математичної теорії планування експерименту. Дослідні зразки-балки були виготовлені за повним п'ятифакторним трирівневим, близьким за властивостями до Доптимального, планом типу На 5 [22], який забезпечує однакову точність прогнозу вихідного параметру в області, що описується радіусом, який дорівнює 1 (рахуючи від середньої «нульової» точки, табл.2.1).

таолиця 2.1

	Дослідні фактори		Інтервал зміни							
Код	Натуральні значення	«-1»	«0»	«+1»						
X1	Відносний прогін зрізу, а/h ₀	1 (17,5см)	2 (35,0см)	3 (52,5см)	1 (17,5см)					
X ₂	Крутний момент, Т, кН·м	1,5	2,25	3,00	0,75 кН∙м					
X ₃	Коефіцієнт поперечного армування, $\rho_w(B_pI)$	0,0016 (2Ø3)	0,0029 (2Ø4)	0,0045 (2Ø5)	≈0,00145					
X4	Коефіцієнт поздовжнього робочого армування, $ ho_f$ (A500C)	0,0129 (2Ø12)	0,0176 (2Ø14)	0,0230 (2Ø16)	≈0,00505					
X ₅	Коефіцієнт поздовжнього армування стиснутої зони, $ ho_f'(A500C)$	0,0058 (2 Ø8)	0,0090 (2 Ø10)	0,0129 (2 Ø12)	≈0,00355					
+ додаткові досліди на чисте кручення										
Примітки L=9h ₀ ==157,5см; h ₀ =17,5см; b=10,0см; s=8,75см; клас бетону C20/25										

T 7	٠	• •	•	•	1	•
Характеристика	1	p1BH1	ЗМ1НИ	дослідних	фактор	1 B
1 1		1		r 1 - r 1	1 1	

З аналізу літературних джерел видно, що у дослідників ще не склалася єдина думка і зустрічаються різні тлумачення про вплив прогону зрізу, кількості поперечної та поздовжньої розтягнутої і стиснутої арматури, наявності поздовжніх стискаючих і розтягуючих сил, крутного моменту, на несучу здатність похилих перерізів елементів, що згинаються.

Кожен дослід натурного експерименту був забезпечений двома однаковими балками-близнюками, тобто чотирма приопорними ділянками. Усього було випробувано 54 дослідні балки без урахування 3-х пробних, а у числових експериментах розглянуто 27 віртуальних балок при вільному їх крученні з аналогічним співвідношенням конструктивних чинників. Системність підходу до експериментальних досліджень у вказаному напрямку полягає у можливості порівняння їх між собою, а також з результатами випробувань аналогічних дослідних зразків-балок інших серій, які зазнавали плоского поперечного згину, тобто дії тільки згинального

Таблиця 2.2

		План експерименту									При		
No	Map-	Кодовані Натуральні значення факторів									при- мітки		
лос-	ка	31	начен	ня фа	актор	01B							
ліду	балки							Τ,	(7.7)	$\rho_{\scriptscriptstyle f}$	$ ho_{f}^{\prime}$		
		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	a/h ₀	кН	$\rho_w(Bpl)$	(1, 5, 0, 0, 0, 0)	(A500C		
								М		(A300C))		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
1	1A	_ 1	1	1	+ 1	_ 1	3	3.0	0,0045	0,0230	0,0129		
1	1Б	1	1	- T I	T 1	- 1	(52,5см)	5,0	(2 Ø5)	(2 Ø16)	(2 Ø12)		
2	2A	_1	_1	⊥1	⊥1	⊥1	1	15	0,0045	0,0230	0,0129		
2	2Б	-1	-1	- T I	T 1	- 1	(17,5см)	1,5	(2 Ø5)	(2 Ø16)	(2 Ø12)		
3	3A	1	1	1	1	1	1	3.0	0,0016	0,0129	0,0058		
5	3Б	-1		-1	-1	-1	(17,5см)	3,0	(2 Ø3)	(2 Ø12)	(2 Ø8)		
1	4A	⊥1	_1	_1	_1	_1	3	15	0,0016	0,0129	0,0058		
4	4Б		-1	-1	-1	-1	(52,5см)	1,5	(2Ø3)	(2Ø12)	(2Ø8)		
5	5A	1	1	1	+ 1	_ 1	1	3.0	0,0016	0,0230	0,0129		
5	5Б	-1		-1	Τ1	1	(17,5см)	5,0	(2 Ø3)	(2 Ø16)	(2 Ø12)		
6	6A	. 1	1	1	+ 1	. 1	3	15	0,0016	0,0230	0,0129		
0	6Б	1+1	-1	-1	+1	+1	(52,5см)	1,5	(2 Ø3)	(2 Ø16)	(2 Ø12)		
7	7A	. 1	· 1	· 1	1	1	3	3.0	0,0045	0,0129	0,0058		
/	7Б	1+1	+1	+1	-1	-1	(52,5см)	5,0	(2 Ø5)	(2 Ø12)	(2 Ø8)		
0	8A	1	1	· 1	1	1	1	15	0,0045	0,0129	0,0058		
0	8Б	-1	-1	+1	-1	-1	(17,5см)	1,5	(2 Ø5)	(2 Ø12)	(2 Ø8)		
0	9A	1	. 1	. 1	. 1	1	1	2.0	0,0045	0,0230	0,0058		
9	9Б	-1	+1	+1	+1	-1	(17,5см)	5,0	(2 Ø5)	(2 Ø16)	(2 Ø8)		
10	10A	. 1	1	. 1	. 1	1	3	15	0,0045	0,0230	0,0058		
10	10Б	+1	-1	+1	+1	-1	(52,5см)	1,5	(2 Ø5)	(2 Ø16)	(2 Ø8)		
11	11A	. 1	. 1	1	1	. 1	3	2.0	0,0016	0,0129	0,0129		
11	11Б	+1	+1	-1	-1	+1	(52,5см)	5,0	(2 Ø3)	(2 Ø12)	(2 Ø12)		
12	12A	1	1	1	1	. 1	1	15	0,0016	0,0129	0,0129		
12	12Б	-1	-1	-1	-1	+1	(17,5см)	1,5	(2 Ø3)	(2 Ø12)	(2 Ø12)		
12	13A	1	. 1	. 1	1	. 1	1	2.0	0,0045	0,0129	0,0129		
15	13Б	1-1	+1	+1	-1	+1	(17,5см)	5,0	(2 Ø5)	(2 Ø12)	(2 Ø12)		
14	14A	. 1	1	. 1	1	. 1	3	15	0,0045	0,0129	0,0129		
14	14Б	1+1	-1	+1	-1	+1	(52,5см)	1,5	(2 Ø5)	(2 Ø12)	(2 Ø12)		
15	15A	. 1	. 1	1	. 1	1	3	2.0	0,0016	0,0230	0,0058		
15	15Б	1+1	+1	-1	+1	-1	(52,5см)	3,0	(2 Ø3)	(2 Ø16)	(2 Ø8)		
16	16A	_1	_1	_1	1	_1	1	15	0,0016	0,0230	0,0058		
10	16Б	-1	-1	-1	-1	-1	(17,5см)	1,5	(2 Ø3)	(2 Ø16)	(2 Ø8)		
17	17A	+1	0	0	0	0	3	2,2 5	0,0033	0,0176	0,0090		
	17Б	1					(52,5см)		(2 Ø4)	(2 Ø14)	(2 Ø10)		

План натурного и числового експериментів

Продовження	габл	.2.	2
-------------	------	-----	---

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
18	18А 18Б	-1	0	0	0	0	1 (17,5см)	2,2 5	0,0033 (2 Ø4)	0,0176 (2 Ø14)	0,0090 (2 Ø10)	
19	19А 19Б	0	+1	0	0	0	2 (35,0см)	3,0	0,0033 (2 Ø4)	0,0176 (2 Ø14)	0,0090 (2 Ø10)	
20	20А 20Б	0	-1	0	0	0	2 (35,0см)	1,5 0	0,0033 (2 Ø4)	0,0176 (2 Ø14)	0,0090 (2 Ø10)	
21	21А 21Б	0	0	+1	0	0	2 (35,0см)	2,2 5	0,0045 (2 Ø5)	0,0176 (2 Ø14)	0,0090 (2 Ø10)	
22	22А 22Б	0	0	-1	0	0	2 (35,0см)	2,2 5	0,0016 (2 Ø3)	0,0176 (2 Ø14)	0,0090 (2 Ø10)	
23	23А 23Б	0	0	0	+1	0	2 (35,0см)	2,2 5	0,0033 (2 Ø4)	0,0230 (2 Ø16)	0,0090 (2 Ø10)	
24	24А 24Б	0	0	0	-1	0	2 (35,0см)	2,2 5	0,0033 (2 Ø4)	0,0129 (2 Ø12)	0,0090 (2 Ø10)	
25	25А 25Б	0	0	0	0	+1	2 (35,0см)	2,2 5	0,0033 (2 Ø4)	0,0176 (2 Ø14)	0,0129 (2 Ø12)	
26	26А 26Б	0	0	0	0	-1	2 (35,0см)	2,2 5	0,0033 (2 Ø4)	0,0176 (2 Ø14)	0,0058 (2 Ø8)	
27	27А 27Б	0	0	0	0	0	2 (35,0см)	2,2 5	0,0033 (2 Ø4)	0,0176 (2 Ø14)	0,0090 (2 Ø10)	
28 дод	АБ	0	Tu	0	0	0	(35,0см)	Tu	0,0033 (2 Ø4)	0,0176 (2 Ø14)	0,0090 (2 Ø10)	M=0; Q=0

2.3. Обладнання та методика експериментального дослідження напружено-деформованого стану бетону та арматури дослідних зразківбалок

Для випробування дослідних зразків-балок була запроектована та виготовлена спеціальна універсальна силова установка. До нижньої частини силової установки кріпляться чотири виносні анкерні консолі (по дві з кожного боку), які разом з чотирма сережками, монтованими на тілі балки, і тяжами дають можливість прикладати до її приопорних частин крутний момент (рис. 2.4), величина якого контролюється і підтримується на цьому рівні за допомогою перевірених 3-ьох і 5-ти тонних динамометрів. Конструкція силової установки з пристосуваннями розрахована на створення двох вертикальних зосереджених сил по 250 кН кожна, горизонтальної зосередженої сили величиною до 280 кН, двох крутних моментів по 15 кНм з урахуванням пружної роботи всіх її елементів.



Рис. 2.4 Силова установка для випробування дослідних зразків-балок

Для запобігання зминання бетону в місцях прикладання навантаження і опорних реакцій використовувалися розподільні пластини шириною 30мм, які мали достатню жорсткістю для створення жорсткої смужчатого рівномірно розподіленого навантаження. До прикладання вертикальних поперечних сил спочатку прикладали фіксовані значення крутного моменту, який підтримується на заданому рівні аж до руйнування дослідних зразківбалок. Кожен дослід дублювався 2 зразками-балками, навантаженими спочатку на приопорних ділянках зосередженими моментами до заданого рівня, а потім - двома поперечними силами аж до руйнування.

Перед виготовленням дослідних балок на поздовжню розтягнуту і стиснуту арматуру просторових каркасів клеїли ланцюжка тензорезисторів КФ5П1-5-200 (з базою 5 мм), з дотриманням рекомендацій заводу-виробника (ТОВ «Веда», м. Київ), за допомогою яких визначали поздовжні і поперечні сили, а також згинальні моменти, що сприймаються безпосередньо арматурними стрижнями.

Перехід від виміряних в досліді деформацій до напружень в арматурі здійснюється за методикою [34] за допомогою закону Гука. У тих випадках, коли деформації крайніх верхніх і нижніх волокон в стержнях перевищують значення, що відповідають межі пропорційності, використовується фактичне значення E_s з діаграми. Отже:
$$\sigma_{s} = \frac{\varepsilon_{s,sepxh} + \varepsilon_{s,huxch}}{2} E_{s}; \qquad (2.1)$$

$$M_{s} = \frac{\varepsilon_{s,sepxh} + \varepsilon_{s,huxch}}{2} E_{s} \cdot W_{s}; \qquad (2.2) \qquad Q_{s} = \frac{dM_{s}}{dx}; \qquad (2.3)$$

Рис. 2.5. Підготовка, наклейка тензорезисторів, формування та дослідження зразків-балок

109

(2.4)

Деформації бетону дослідних зразків визначали за допомогою дротяних тензорезисторів з базою 50 мм з їх контролем індикаторами I1...8 годинного типу (рис. 2.6) з ціною поділки 1×10⁻² мм.







Рис. 2.6 Схема армування, навантаження, розміщення приладів та наклейки тензорезисторів в дослідних зразках-балках з малим (а), середнім (б), великим прольотами зрізу (в)

Індикатори приклеюються на відшліфовані поверхні балки, відкриті пори якої до випробування закладаються цементним гіпсопіщаним розчином, у якого близький до основного складу бетону модуль пружності.

Контроль за деформаціями бетону стиснутої зони і розтягнутої арматури посередині прольоту, під зосередженими силами і біля опор здійснюється також за допомогою індикаторів годинникового типу І1 ... 6 (рис. 2.6) з ціною поділки 1×10^{-2} мм, встановлених з базою 100, 150, 200 мм. Вертикальні переміщення нижньої грані балки вимірювали посередині прольоту, під зосередженими силами і на вільних краях зразка за допомогою індикаторів годинникового типу П-1 ... 5 з ціною поділки 0,01 мм (рис. 2.6).

За допомогою мікроскопу з двадцятикратним збільшенням здійснювалася фіксація положення гирла і вимірювання ширини розкриття характерних нормальних і похилих тріщин на кожній ступені навантаження.

2.4. Обробка експериментальних даних

Обчислення результатів експерименту і обробка їх проводилися за допомогою комп'ютерних технологій. Для накопичення, аналізу та сортування отриманих експериментальних даних застосовувалися програми, що входять в комплект програм Microsoft Office 2007. Редагування частини малюнків і графіків проводилося за допомогою професійних графічних редакторів. Побудова і статистичний аналіз експериментально-статистичних моделей (ЕСМ) виконувався за стандартними методиками з застосуванням діалогової системи COMPEX, розробленої на кафедрі ПАТСМ Одеської державної академії будівництва та архітектури (проф. Вознесенський В.А., проф. Ляшенко Т.В.).

Балки уявно розбивали на просторові восьмивузлові ізопараметричні кінцеві елементи з розмірами 1×1×1 см для зручності моделювання арматури, а також у зв'язку з тим, що в реальних балках в якості крупного заповнювача був використаний гранітний щебінь фракцій 5-10 мм. При виконанні

натурного і чисельного експериментів поперечне навантаження прикладали ступенями.

Висновки за розділом 2

1. Запропонована конструкція силової установки для проведення експериментальних досліджень дозволяє забезпечити необхідну достовірність отриманих результатів.

2. Запланований та проведений 5-ти факторний експеримент по дослідженню напружено-деформованого стану прогінних залізобетонних елементів при згині з крученням зміни конструктивних чинників та факторів зовнішньої дії дозволяє здійснити системний підхід при вирішенні поставлених у дисертаційній роботі задач.

3. Конструкція дослідних зразків-балок, що мають напівнатурні розміри, дозволяє у повній мірі дослідити та вивчити механізм їх деформування, тріщиноутворення та руйнування.

4. Для моделювання складного напружено-деформованого стану дослідних елементів та прогнозування їх тріщиностійкості, деформативності та міцності доцільно використовувати нелінійний скінчено-елементний розрахунок, зокрема, в середовищі ПК «Лира 9.6», «Лира-САПР» та ін.

За результатами виконаних в цьому розділі досліджень опубліковані роботи [29, 31, 30, 38, 32, 33].

РОЗДІЛ 3

ПАРАМЕТРИ ТРІЩИНОУТВОРЕННЯ, ДЕФОРМАТИВНОСТІ ТА МІЦНОСТІ ДОСЛІДНИХ ЗРАЗКІВ-БАЛОК ПРИ ЇХ ЗГИНІ З КРУЧЕННЯМ

Однією з найбільш важливих і не до кінця вивчених проблематик у теорії залізобетону та в реальному проектуванні, являється опір залізобетонних елементів сумісній дії повздовжніх та поперечних сил, згинальних і крутних моментів. Тому найбільш важливим завданням являється виявлення дійсного напружено-деформованого стану елементів шляхом виконання експериментально-теоретичних досліджень, мета яких вдосконалення існуючих і розробка сучасних розрахункових моделей, зокрема для приопорних ділянок залізобетонних елементів.

Вивченню несучої здатності нормальних перерізів залізобетонних конструкцій присвячені численні праці вітчизняних та зарубіжних дослідників, хоча несуча здатність їхніх похилих перерізів залишається недостатньо вивченою.

Результати виконаних експериментальних досліджень показали, що використання описаної методики (див. розділ 2), оцінює залежність деформативності, тріщиностійкості та міцності дослідних зразків-балок не тільки від кожного конструктивного чинника і фактора зовнішнього впливу окремо, а й у їхній взаємодії.

При середньому або відносно великому відсотку робочого повздовжнього армування перші похилі тріщини утворюються посередині висоти перерізу балки від максимальних головних розтягуючих напружень, а інколи розвиваються із нормальних тріщин, поступово нахиляючись (при мінімальному відсотку робочого армування).

Згідно з законом розподілу дотичних напружень зі збільшенням крутного моменту спочатку на одній із бічних, а потім на нижній та верхніх

гранях з'являються й розвиваються спіралеподібні тріщини, що при зростанні вказаного моменту поглиблюються.

3.1. Утворення нормальних та просторових похилих тріщин в дослідних зразках-балках

Характерною особливістю напружено-деформованого стану дослідних зразків-балок є поява спіралеподібних (або просторових) тріщин на їх зовнішніх гранях (рис. 3.1- 3.3).

Середні значення навантаження, що відповідають появі нормальних та похилих тріщин наведені в таблиці 3.1

Таблиця 3.1

Середні значення навантаження і внутрішніх зусиль, що відповідають появі нормальних тріщин в плосконапружених прогінних дослідних елементах

N⁰	T	14	\mathbf{W} cep., T	U Zdon	I.
досліду	I _{crc,/}	$M_{crc,\perp,u.u}$	$VV_{cr,/,0,67F_u}$	V _{crc,/}	V _u
1	1,50	2,50	0,40	6,70	59,94
2	2,00	2,30	0,30	8,30	167,94
3	2,00	1,50	0,70	7,70	66,82
4	1,50	1,60	0,50	6,50	31,82
5	2,00	2,30	0,60	5,90	107,82
6	1,50	2,40	0,45	6,70	45,82
7	1,50	1,50	0,45	6,90	34,94
8	2,00	1,40	0,40	6,50	115,94
9	2,00	2,30	0,50	7,70	127,94
10	1,50	2,60	0,35	6,90	77,94
11	1,50	1,50	0,65	6,30	13,82
12	2,00	1,50	0,60	8,30	106,82
13	2,00	1,50	0,50	5,90	109,94
14	1,50	1,50	0,40	7,50	62,94
15	1,50	2,60	0,60	6,10	17,82
16	2,00	2,40	0,50	6,10	113,82
17	1,50	2,00	0,48	6,70	39,97
18	2,00	1,80	0,51	7,05	111,97
19	1,75	1,90	0,55	6,65	63,97
20	1,75	1,90	0,45	7,10	87,97
21	1,75	1,95	0,40	7,05	91,06
22	1,75	1,85	0,60	6,70	66,94

23	1,75	2,35	0,45	6,95	86,97
24	1,75	1,50	0,53	6,80	64,97
25	1,75	1,95	0,50	6,95	80,97
26	1,75	1,90	0,50	6,80	70,97
27	1,75	1,90	0,50	6,88	75,00

Математичні моделі відносних згинальних моментів від поперечного навантаження, яке визиває появу звичайних нормальних тріщин в плосконапружених прогінних дослідних елементах [38, 32, 33, 37, 74], випробуваних і виведених з участю автора, мають вид:

$$\hat{Y} \left[M_{cr,\perp,F}^{I} / (f_{ctk}bh_{0}) \right] = \left(17,6+1,7x_{4,s} - 0,5x_{1,a}^{2} - 0,2x_{3,sw}^{2} - 0,2x_{5,s'}^{2} + 0,5x_{2,c}x_{4,s} + 1,0x_{2,c}x_{5,s'} + 0,7x_{3,sw}x_{4,s} + 1,0x_{3,sw}x_{5,s'} \right) 10^{-2}, \mathcal{M} \quad , \mathcal{B} = 5,0\%;$$
(3.1)

Середні значення відносних моментів утворення нормальних тріщин, зумовлених дією згинального моменту від поперечного навантаження, дорівнюють 17,6⁻¹⁰⁻²м.

Серед конструктивних чинників На відносний момент утворення нормальних тріщин найбільше впливає кількість поздовжньої розтягнутої арматури у порівнянні з середніми значеннями цього моменту при середніх значеннях інших конструктивних чинників. Як видно із математичної моделі (3.1), взаємодіють між собою кількість робочої, монтажної та поперечної арматури.

Графічне відображення математичних моделей появи перших нормальних тріщин у дослідних зразках-балках І і ІІ серій наведена на рис.3.4.



Рис. 3.1 Характер тріщиноутворення і руйнування дослідних зразків-балок з великим прольотом зрізу



Рис. 3.2 Характер тріщиноутворення і руйнування дослідних зразків-балок з середнім прольотом зрізу



Рис. 3.3 Характер тріщиноутворення і руйнування дослідних зразків-балок з малим прольотом зрізу





Рис. 3.4 Вплив конструктивних чинників (прольоту зрізу (а), класу бетону (б), кількості поперечної (в), нижньої робочої (г), верхньої монтажної (д) арматури, дії крутного моменту (є) на тріщиностійкість нормальних перерізів дослідних елементів

З ростом поперечного навантаження після утворення нормальних тріщин в зоні чистого згину, як правило, на бічних гранях приопорних ділянок плосконапружених дослідних елементів появляються похилі тріщини, приблизно, посередині висоти балок при середньому і відносно великому відсоткові поздовжнього робочого армування або розвиваються з нормальних тріщин з подальшим нахилом їх у напрямку до зосередженої поперечної сили при відносно невеликій кількості робочого армування $\rho_f < 0,013$. Відносна величина поперечної сили, при якій появляються перші похилі тріщини на приопорних ділянках звичайних залізобетонних балок, може бути охарактеризована наступними математичними моделями:

$$\hat{Y} \left[V_{cr,\prime}^{I} / (f_{ctk}bh_{0}) \right] = 0,80 - 0,21x_{1,a} + 0,18x_{2,c} + 0,03x_{3,sw} + 0,04x_{4,s} - 0,05x_{1,a}x_{2,c} + 0,03x_{2,c}x_{3,sw} + 0,03x_{3,sw}x_{4,s}, \theta = 6,0\%;$$
(3.2)

Наявність квадратичних ефектів при конструктивних чинниках $x_{1,a}^2, x_{4,s}^2, x_{5,s'}^2, x_{11,b_f}^2, x_{12,h_f}^2$, свідчить про те, що при подальшому збільшенні зазначених факторів за запланованими межами їх зміни подальше зростання приведеної сили, що відповідає появі похилих тріщин затухатиме.

Характер тріщиноутворення та руйнування дослідних зразків-балок зі стисненим крученням їхніх приопорних ділянок представлений на рис. 3.5.-3.11. Згідно з законом розподілу дотичних напружень при прикладенні на першому етапі тільки крутного моменту спочатку на одній із бічних, а потім на верхній та нижній гранях дослідних елементів з'являються спіралеподібні тріщини, що розвиваються і поглиблюються з ростом крутного моменту. Відносна величина крутного моменту, при якому появляються перші спіралеподібні тріщини, може бути охарактеризована за допомогою лінійної математичної моделі:

$$\hat{Y}\left[T_{cr,tor}^{II}/(f_{ctk}bh_0)\right] = (4, 2 - 0, 6x_{1,a})10^{-2}, \, \text{M}, \quad \mathcal{G} = 5, 6\%, \quad (3.3)$$

з якої видно, що зі збільшення величини відносного прольоту зрізу a/h_0 від 1 до 3, значення крутного моменту, що визиває появу спіралеподібних тріщин, зменшиться на 29%.





Дослідна з∕б балка №13А



Рис. 3.6 Схема тріщиноутворення та руйнування дослідної балки з малим прольотом зрізу при стисненому крученні приопорної ділянки



Рис. 3.7 Схема тріщиноутворення та руйнування дослідної балки з середнім прольотом зрізу при стисненому крученні приопорної ділянки



Дослідна з∕б балка №1Б

Рис. 3.8 Схема тріщиноутворення та руйнування дослідної балки з великим прольотом зрізу при стисненому крученні приопорної ділянки

Дослідна з∕б балка №16Б



Рис. 3.9 Схема тріщиноутворення та руйнування дослідної балки з малим прольотом зрізу при стисненому крученні приопорної ділянки з мінімальними значеннями конструктивних чинників



Дослідна з∕б балка №20Б

Рис. 3.10 Схема тріщиноутворення та руйнування дослідної балки з великим прольотом зрізу при стисненому крученні приопорної ділянки при найменшому заданому планом експерименту рівні крутного моменту

Дослідна з∕б балка №7А





Рис. 3.11 Схема тріщиноутворення та руйнування дослідної балки з великим прольотом зрізу при стисненому крученні приопорної ділянки з максимальною кількістю поперечної і мінімальною кількістю поздовжньої арматури

Вплив інших конструктивних чинників на цю величину статистично є малозначними.

Згодом, після фіксації крутного моменту на заданому планом експерименту рівні та прикладення поперечного навантаження у дослідних зразках-балках в зоні «чистого» згину стали появлятися перші нормальні тріщини:

$$\hat{Y}\left[M_{cr,\perp,F}^{II}/(f_{ctk}bh_0)\right] = (4,6+1,1x_{4,s})10^{-2}, \mathcal{M}, \quad \mathcal{G} = 6,4\%.$$
(3.4)

Із математичної моделі (3.4) видно, що на величину відносного згинального моменту $M_{cr,\perp,F}^{II}/(f_{ctk} bh_0)$ суттєвий вплив має тільки кількість поздовжньої робочої арматури. Так, зі збільшенням коефіцієнту поздовжнього армування f_f від 0,0129 до 0,0230 вказаний момент лінійно збільшується на 48%.

Зі збільшенням поперечного навантаження появляються нові похилі тріщини у напрямку від опори до місця прикладення зосередженої сили. Математична модель відносної поперечної сили, яка викликає появу нових похилих тріщин, має вигляд:

$$\hat{Y} \Big[V_{cr,i}^{II} / (f_{ctk}bh_0) \Big] = 0,33 - 0,008x_{1,a} - 0,012x_{6,T} + 0,008x_{3,sw} + 0,004x_{5,s'} - 0,026x_{6,T}x_{5,s'} + 0,020x_{3,sw}x_{4,s}, \mathcal{G} = 6,7\%,$$
(3.5)

з якої видно, що внаслідок ослаблення бетону дією крутного моменту приведена поперечна сила, при якій появляються нові похилі тріщини на приопорних ділянках зразків-балок, є меншою від аналогічної поперечної сили для звичайних однопрогінних балок в 2,42 рази.

Дана математична модель (3.5) показує, що приведена поперечна сила, при якій з'являються нові похилі тріщини на приопорних ділянках балок, що працюють в умовах плоского поперечного згину зі стисненим крученням, збільшується по відношенню до середнього значення 0,33 при зменшенні відносного прогону зрізу a/h_0 від 3 до 1 на 5%; зменшенні рівня крутного моменту від 0,6 до 0,3 T_u на 7%; збільшенні коефіцієнта поперечного армування ρ_w від 0,0016 до 0,0044 на 5%; збільшенні кількості поздовжньої монтажної арматури ρ'_f від 0,006 до 0,013 на 3%; одночасному зменшенні крутного моменту і збільшенні кількості поздовжньої монтажної арматури; одночасному збільшенні кількості поперечної та поздовжньої робочої арматури.

Отже, такий фактор зовнішнього впливу, як крутний момент, по-перше, сам по собі визиває утворення тріщин просторових спіралеподібних, а подруге, його наявність суттєво знижує тріщиностійкість нормальних та похилих перерізів прогінних залізобетонних елементів від дії зовнішнього поперечного навантаження у порівняні зі звичайними одно-прогінними балками, в середньому в 4,7 рази.

Значення крутних моментів, при яких появляються перші спіралеподібні тріщини, в середньому, в 4,2 рази є меншими від згинальних моментів, при яких появляються перші нормальні тріщини в дослідних зразках-балках аналогічної конструкції. При цьому, наявність крутного моменту середньої величини (0,45T_u) знижує тріщиностійкість нормальних перерізів звичайних однопрогінних балок в 3,8 разів при середніх значеннях інших дослідних факторів. Аналізуючи вплив конструктивних чинників на появу тих чи інших тріщин у дослідних прогінних елементах, слід зазначити, що зі зменшенням відносного прогону зрізу від 3 до 1 тріщиностійкість нормальних перерізів являється сталою, похилих перерізів плосконапружених елементів – зростає, а просторових похилих перерізів збільшується на 29% від дії T і 5% - M_F; зміна кількості поперечного армування $\rho_{_{\scriptscriptstyle W}}$ від 0,0016 до 0,0044 мало впливає (до 6%) на тріщиностійкість нормальних і похилих перерізів; зі збільшенням коефіцієнта поздовжнього робочого армування ρ_f від 0,013 до 0,023 тріщиностійкість нормальних і похилих перерізів у дослідних серіях збільшувала всього на 6...21%; збільшення кількості монтажної поздовжньої арматури від 0,006 до 0,013 може призвести тільки до збільшення тріщиностійкості просторових перерізів дослідних зразків-балок до 5%.



Рис.3.12 Вплив конструктивних факторів на тріщиностійкість похилих перерізів дослідних елементів



 $\hat{Y}V_{crc, j}^{don} = 6,88 - 0,18 X_{j} - 0,23 X_{j} - 0,18 X_{3} - 0,08 X_{5} - 0,53X_{5} X_{5} + 0,43X_{3} X_{4}$

Рис.3.13 Вплив відносного прольоту зрізу (а), величини крутного моменту (б), кількості поперечної (в) і верхньої поздовжньої (г) арматури, а також спільний вплив дослідних факторів (д) на величину поперечної сили, що відповідає появі додаткових (вторинних) похилих тріщин.

3.2 Ширина розкриття нормальних, похилих і просторових тріщин в дослідних елементах

На кожній ступені навантаження дослідних балок після появи нормальних та похилих тріщин вимірювали ширину їх розкриття, відповідно, на рівні нижньої робочої арматури в межах зони «чистого» згину, а також посередині висоти в прольоті зрізу.

Перед руйнуванням дослідних елементів при високих рівнях (0,85...0,95) від руйнуючого поперечного навантаження ширина розкриття нормальних тріщин у зоні може бути охарактеризована такими адекватними математичними моделями:

$$\hat{Y}(W_{k,\perp}^{I}) = 0,22 + 0,05x_{1,a} - 0,04x_{2,c} - 0,03x_{3,sw} - 0,04x_{4,s} - 0,01x_{5,s'} - 0,03x_{1,a}x_{4,s} + 0,05x_{2,c}x_{4,s} + 0,03x_{3,sw}x_{4,s}, MM, \quad \mathcal{G} = 12\%;$$
(3.6)

Дана модель (3.6) показує, що середня ширина розкриття нормальних тріщин плосконапружених дослідних елементів перед руйнуванням їхніх приопорних ділянках на рівні центру ваги робочої арматури коливається в межах 0,16...0,22мм.

При цьому, ширина розкриття цих тріщин збільшується у порівнянні з середніми значеннями при збільшенні відносного прогону зрізу a/h_0 від 1 до 3 у серії I в прольоті, відповідно, на 45%; зменшенні класу бетону від C30/35 до C12/15 в серії I, на 36%; зменшенні кількості поперечної арматури ρ_w від 0,0044 до 0,0016 у серії I, на 27%; зменшенні коефіцієнта поздовжнього робочого армування ρ_f від 0,023 до 0,013 у серії I в прольоті, на 36%.

На «експлуатаційному» ($\Box 0,65F_u$) рівні поперечного навантаження дослідних зразків при їх плоскому поперечному згині ширина розкриття похилих тріщин, як правило, не перевищувала 0,3мм. Перед руйнуванням приопорних ділянок балок ширина розкриття цих тріщин різко зростала й може бути охарактеризована за допомогою наступних адекватних математичних моделей:

$$\hat{Y}\left(W_{k,j,I}^{0,95F_{u}}\right) = 0,70+0,08x_{1,a}-0,06x_{2,c}-0,08x_{3,sw}-0,03x_{4,s}-0,02x_{5,s'}-0,04x_{1,a}x_{2,c}+0,03x_{2,c}x_{3,sw}+0,03x_{3,sw}x_{4,s},MM,\quad \mathcal{G}=10\%;$$
(3.7)

Із представлених моделей видно, що середня ширина розкриття похилих тріщин плосконапружених дослідних елементів при високих рівнях ($\Box 0.95F_u$) поперечного навантаження коливається в межах 0,67...0,79мм (серія І) при короткочасній дії цього навантаження. Зафіксована значна ширина розкриття похилих тріщин у вказаних дослідних елементах, що вдвоє перевищує допустимі значення, зумовлена, насамперед, тим, що вони були запроектовані саме так, щоби руйнування відбувалося, переважно, на їхніх приопорних ділянках при прагненні збереження принципу однакової міцності нормальних та похилих перерізів. Окрім того, перед руйнуванням, як відомо, спостерігається значне розкриття небезпечних похилих тріщин.

Отже, ширина розкриття небезпечних похилих тріщин на приопорних ділянках дослідних елементів перед їхнім руйнуванням збільшується (рис. 3.14-3.15) по відношенню до вказаних середніх значень при збільшенні відносного прогону зрізу a/h_0 від 1 до 3 у І серії, на 23%; зменшенні кількості поперечної арматури ρ_w від 0,0044 до 0,0016 у І серії, на 23,5%; зменшенні коефіцієнта поздовжнього робочого армування ρ_f від 0,023 до 0,013 у І серії, на 9,56%.

При прикладанні спочатку тільки крутного моменту згідно з законом розподілу дотичних напружень на бічних, а потім на верхній та нижній гранях з'являються й розвиваються просторові спіралеподібні тріщини, що поглиблюються з ростом крутного моменту в середину тіла балки. Ширина розкриття цих тріщин збільшується з появою поперечного навантаження і при досягненні ним «експлуатаційного» рівня значно перевищує допустимі значення. Математична модель ширини розкриття цієї тріщини при поперечному навантаженні на рівні $0,65F_u$ представлена на рис.3.14 - 3.15.

$$\hat{Y}\left(W_{k,tor,II}^{0,65F_{u}}\right) = 0,50 + 0,06x_{6,T} - 0,08x_{3,sw} - 0,03x_{4,s} - 0,01x_{5,s'}, MM, \mathcal{G} = 8,2\%;$$
(3.8)

з якої видно, що ширина розкриття похилої просторової тріщини посередині

висоти балки на одній з граней при «експлуатаційному» рівні поперечного навантаження лінійно збільшується по відношенню до її середнього значення 0,5мм з ростом рівня крутного моменту від 0,3 до 0,6 T_u на 24%; зі зменшенням коефіцієнта поперечного армування ρ_w від 0,0044 до 0,0016 на 32%; зі зменшенням кількості поздовжньої монтажної арматури ρ'_f від 0,013 до 0,006 до 5%.

На високих рівнях поперечного навантаження на одній із вертикальних граней балки відбувалося суттєве збільшення (до 1мм і більше) ширини розкриття небезпечної спіралеподібної тріщини, а на другій, протилежній, вертикальній грані раніше утворені складові частини спіралеподібних тріщин закривалися і напередодні руйнування утворювалася нова похила тріщина у напрямку від зосередженої сили до опори, замикаючи складну просторову поверхню руйнування (рис. 3.5–3.11) і досягаючи ширини розкриття 1...2мм.

Отже, при вдосконаленні методики розрахунку ширини розкриття тріщин у непереармованих прогінних залізобетонних елементах при наведених співвідношеннях конструктивних чинників та факторів зовнішньої дії слід мати на увазі наступне: середня ширина розкриття нормальних тріщин на рівні центру ваги робочої арматури у дослідних елементах перед руйнуванням їхніх приопорних ділянок не перевищувала допустимих значень і коливається в межах 0,16...0,22 мм; ширина розкриття похилих тріщин посередині висоти перерізу дослідних балок при «експлуатаційному» рівні поперечного навантаження не перевищувала 0,3мм ще й деформацію стисненого кручення або позацентрового стиску, де середня ширина розкриття цих тріщин при такому навантаженні становила, відповідно, 0,5 та 0,55 мм; при високих рівнях ($\Box 0,95F_{\mu}$) поперечного навантаження значення небезпечних середньої ширини розкриття тріщин похилих плосконапружених дослідних елементів коливалися в межах 0,67...0,79 мм при короткочасній дії цього навантаження, а просторових похилих тріщин досягали 1...2 мм;



Рис.3.14 Вплив конструктивних чинників прольоту зрізу (а), класу бетону (б), кількості поперечної (в), нижньої робочої (г), верхньої монтажної (д) арматури, дії крутного моменту (є) на ширину розкриття похилих тріщин дослідних елементів перед їхнім руйнуванням



Рис.3.15 Залежність ширини розкриття первинних (від Т) похилих тріщин посередині висоти балки при «експлуатаційному» рівні (поперечного навантаження F = 0,67Fu) від величини крутного моменту (а), кількості поперечної (б), нижньої поздовжньої (в), верхній поздовжньої арматури (г), а також комплексного впливу всіх дослідних факторів.

Характер впливу дослідних конструктивних чинників та факторів зовнішньої дії на величину розкриття нормальних та похилих тріщин подібний. Так, ширина розкриття нормальних та похилих тріщин у дослідних зразках-балках за всіма серіями збільшувалася по відношенню до своїх середніх значень при збільшенні відносного прогону зрізу a/h_0 від 1 до 3, відповідно, на 20...45% та 23...36%; зменшенні кількості поперечної арматури ρ_w від 0,0044 до 0,0016, відповідно, на 27...40% та 18...32%; зменшенні коефіцієнта поздовжнього робочого армування ρ_f від 0,023 до 0,013, відповідно, на 36...50 та 9...56%; зменшенні кількості верхньої (монтажної) арматури ρ'_f від 0,013 до 0,006, відповідно, на 29...42% та 6...12%; збільшенні рівня крутного моменту від 0,3 до 0,6 T_u на 24%;

Відносна висота стиснутої зони бетону дослідних елементів. Згідно з результатами моделювання НДС балок з вільним їх крученням від опори до опори в ПК «Лира 9.6» вертикальна проекція стиснутої зони бетону в кінці прольоту зрізу (під зосередженим полосовим навантаженням) має вигляд, як правило, прямокутної трапеції (рис. 3.16,а [51]), у якій нижня бічна сторона, яка, по-суті, являється нейтральною лінією, нахилена в напрямку кута обертання балки під деяким кутом до горизонтальної осі симетрії перерізу. При високому рівні крутного моменту (0,6T_u) і мінімальній кількості поздовжньої верхньої (монтажної) арматури ($\rho'_f = 0,006$) стиснута зона бетону такої балки перед її руйнуванням може прийняти вид прямокутного трикутника. При вільному крученні балки нормальні стискаючі напруження плавно збільшуються від нейтральної лінії до ребра з більшою основою трапеції. Середня величина цих напружень коливається в межах $(0,7...0,8) f_{ck}$ (характеристичної міцності бетону на стиск). І якщо в поздовжній робочій та замкнутій поперечній арматурі напруження досягають границі текучості при прийнятих діапазонах зміни конструктивних чинників, то в поздовжній монтажній арматурі – ні.

При стисненому крученні тільки приопорних ділянок дослідних балок

стиснута зона бетону перед їх руйнуванням приймала, як правило, вид прямокутного трикутника (рис. 3.14, δ), у якому одна із сторін (по-суті, нейтральна лінія) нахилена до верхньої грані та перетинає її. При цьому, ця стиснута зона має дві чітко окреслені ділянки: між нейтральною лінією і стиснутим кутом з середніми напруженнями (0,7...0,8) f_{ck} та, власне, стиснутий кут, в якому середні напруження в бетоні досягають до 1,5 f_{ck} , а в арматурному стержні-границі текучості на стиск. У трьох інших поздовжніх стержнях (2-х робочої та 1-му монтажної), а також в замкнутій поперечній арматурі розтягуючі напруження так само досягають границі текучості.

3.3 Деформації дослідних залізобетонних балок

Прогини дослідних елементів аж до передостатньої ступені навантаження включно (до 0,95*F*_u) посередині прольотів перевищували такі під зосередженими силами, хоча, при цьому, їх руйнування відбувалося, як правило, за похилими перерізами або смугами, або одночасно за нормальними (під зосередженими силами) і похилими перерізами.

На завершальному етапі роботи залежність прогинів дослідних елементів від зовнішніх згинальних та крутних моментів, а також поперечних сил, що збільшували ці прогини внаслідок зсувних деформацій на приопорних ділянках, носила явно нелінійний характер. Досліджувати комплексний вплив конструктивних чинників та факторів зовнішньої дії на цей показник несучої здатності дослідних елементів традиційним методом за допомогою простих графіків, хоча й нелінійних, не представляється можливим.

Аналіз і обробка даних натурних та числових експериментів [29, 38] про деформований стан дослідних залізобетонних балок дозволили отримати наступні адекватні математичні моделі їхніх прогинів f посередині прольотів при поперечному навантаженні F на рівні (0,90...0,95) F_u (тобто перед руйнуванням), приведені до величин цих прольотів l:

$$\hat{Y}\left(f_{II,cmuc}^{0.95F_{u}}/l\right) = \left(2,85+0,36x_{1,a}+1,07x_{6,T}+0,37x_{3,sw}+0,22x_{1,a}x_{3,sw}\right)10^{-3}, \mathcal{G} = 8\%; (3.9)$$

$$\hat{Y}\left(f_{II-A,6iJbH}^{0.95F_{u}}/l\right) = \left(9,47-0,29x_{1,a}+0,30x_{3,sw}-0,78x_{4,s}-1,94x_{1,a}x_{6,T}-0,50x_{1,a}x_{3,sw}+0,62x_{6,T}x_{3,sw}-0,30x_{3,sw}x_{4,s}\right)10^{-3};$$

$$(3.10)$$

Для порівняння моделі прогинів дослідних елементів в першій серії.

$$\hat{Y}\left(f_{I}^{0.95F_{u}}/l\right) = \left(8,95+1,08x_{2,c}+0,38x_{3,sw}+1,08x_{4,s}-1,78x_{5,s'}+0,38x_{4,s}^{2}+0,63x_{5,s'}^{2}+0,76x_{1,a}x_{4,s}+0,63x_{2,c}x_{4,s}-0,38x_{2,c}x_{5,s'}+0,51x_{3,sw}x_{4,s}-0,44x_{4,s}x_{5,s'}\right)10^{-3}, \theta = 5,4\%.$$
(3.11)

Аналіз математичної моделі (3.6), плосконапружених залізобетонних балок показує, що зі збільшенням відносного прольоту зрізу a/h_0 від 1 до 3 стріла прогину звичайних (серія I) залишалася сталою (рис. 3.16,*a*) на рівні l/110.

У звичайних балках зі збільшенням міцності бетону від C12/15 до C30/35 разом зі збільшенням несучої здатності зростали й прогини від *l*/125 до *l*/100 (рис. 3.16 б).

Збільшення коефіцієнта поперечного армування ρ_w від 0,0016 до 0,0044, в цілому, мало впливає (рис. 3.16,*в*) на жорсткість дослідних елементів.

Зі збільшенням коефіцієнта поздовжнього монтажного (верхнього) армування ρ'_f від 0,006 до 0,013 збільшувалася жорсткість дослідних елементів і, як наслідок, зменшувалися прогини у звичайних балках на 40%.

Математичні моделі (3.9) і (3.10) характеризують стрілу прогинів залізобетонних балок, відповідно, зі стисненим (серія II) крученням тільки приопорних ділянок (натурний експеримент) та вільним крученням (серія II-А) всієї однопрогінної балки від опори до опори.



Рис.3.16 Вплив конструктивних чинників (прольоту зрізу (а), класу бетону (б), кількості поперечної (в), нижньої робочої (г), верхньої монтажної (д) арматури, величини крутного моменту (є) на прогини дослідних елементів перед їхнім руйнуванням

Аналіз моделі (3.9) показує, що стріла прогину у балках зі стисненим крученням їх приопорних ділянок лінійно зростає у порівнянні з середнім значенням (l/350) при збільшенні крутного моменту *T* від 0,3 до 0,6 від руйнуючого T_u на75%, що підтверджує негативний вплив крутного на несучу здатність прогінних конструкцій; коефіцієнта поперечного армування ρ_w від 0,0016 до 0,0044 на 26% тому, що, при цьому, одночасно збільшується їх несуча здатність; відносного прогону зрізу від 1 до 3 на 25%, що є природнім при збільшенні згинального моменту та появі додаткових нормальних напружень при стисненому крученні; одночасному збільшенні відносного прогону зрізу та коефіцієнта поперечного армування, що природно до такої деформації та безпосередньо підтверджує зазначені вище висновки.

Аналіз моделі (3.10), яка характеризує стрілу прогину балки з її вільним крученням від опори до опори, показує, що вона (стріла) також лінійно зростає порівняно з середнім значенням (1/107) при зменшенні коефіцієнта поздовжнього робочого армування ρ_f від 0,023 до 0,013 на 16%, що призводить до передчасної появи текучості у цій арматурі, зумовленої одночасною дією крутного та згинального моменту; збільшенні кількості поперечної арматури ρ_w від 0,0016 до 0,0044 на 7% за вказаною вище причиною; зменшенні відносного прогону a/h_0 зрізу від 3 до 1 на 6%.

Суттєво взаємодіють між собою майже всі дослідні фактори цієї серії. Так, прогини балок з вільним їх крученням зростають при одночасному збільшенні крутного моменту і поперечної арматури, зменшенні прогону зрізу і збільшенні крутного моменту та поперечної арматури, зменшенні кількості поздовжньої та збільшенні кількості поперечної арматури.

При згині з крученням окрім вертикальних переміщень спостерігається ще й обертання дослідних зразків-балок навколо їх центру кручення. В експериментах, окрім вертикальних, заміряли ще й горизонтальні переміщення на кожній ступені навантаження, які досягали максимальних значень на шарових опорах перед руйнуванням зразків. Для зручності сприйняття і аналізу максимальних горизонтальних переміщень їх трансформували в кути закручування (обертання). Обробка отриманих даних дозволила вивести адекватні математичні моделі кутів закручування на опорах при стисненому ($\varphi_{z=0}^{cmuch}$) та вільному ($\varphi_{z=0}^{einbh}$) крученні:

$$\hat{Y}\left(\varphi_{z=0}^{cmuch.}\right) = 6,61+2,15x_{1,a}+3,99x_{6,T}-0,15x_{4,s}-1,60x_{1,a}^{2}+1,22_{6,T}^{2}+1,22x_{1,a}x_{6,T}-0,18x_{1,a}x_{4,s}-0,13x_{6,T}x_{3,sw}-0,14x_{6,T}x_{5,s'},zpa\partial, \mathcal{G} = 7\%;$$

$$\hat{Y}\left(\varphi_{z=0}^{sinbh.}\right) = 8,44+0,52x_{1,a}+5,73x_{6,T}-0,11x_{3,sw}-0,24x_{4,s}-0,19x_{5,s'}-0,45x_{1,a}^{2}+1,43x_{6,T}^{2}-0,14x_{4,s}^{2}+0,11x_{1,a}x_{6,T}-0,07x_{1,a}x_{3,sw}-0,24x_{4,s}-0,07x_{1,a}x_{4,s}-0,09x_{6,T}x_{5,s'}+0,10x_{3,sw}x_{5,s'},zpa\partial,\mathcal{G} = 8\%.$$
(3.12)

Середній кут закручування опорних перерізів балок при вільному їх крученні виявився в 1,3 рази більшим від аналогічного кута закручування вказаного перерізу балок при стисненому крученні тільки їхніх приопорних ділянок.

Аналіз представлених моделей (3.12), (3.13) показує, що вони якісно добре узгоджуються між собою при просторовому напруженому стані за характером впливу конструктивних чинників та крутного моменту. При цьому, кут закручування опорних перерізів дослідних балок при стисненому крученні тільки їхніх при опорних перерізів, а також вільному крученні від опори до опори збільшується по відношенню до приведених їхніх середніх значень, відповідно, 6,61° і 8,44° при збільшенні відносного прогону зрізу від 1 до 3 на 65% при стисненому крученні приопорних ділянок і 12% при вільному крученні балок; збільшенні рівня крутного моменту Т від 0,3 до $0.6T_{\mu}$ на 121% при стисненому крученні приопорних ділянок і 136% при вільному крученні балок; зменшенні коефіцієнта поперечного армування ρ_w від 0,0044 до 0,0016 на 5% при стисненому крученні приопорних ділянок і 8% при вільному крученні балок; зменшенні коефіцієнта поздовжнього робочого армування ρ_f від 0,023 до 0,013 на 5% при стисненому крученні приопорних ділянок в 6% при вільному крученні балок; зменшенні коефіцієнта поздовжнього монтажного армування ρ'_f від 0,013 до 0,006 на

5% при вільному крученні балок при середніх значеннях інших дослідних факторів.

Наявність від'ємного знаку при квадратичному ефекті $x_{1,a}^2$ свідчить про те, що при подальшому збільшенні відносного прогону зрізу $\frac{a}{h_0}$ >3 для поперечного навантаження подальше збільшення кута закручування опорних перерізів носитиме затухаючий характер, особливо при вільному крученні балок.

Знак «+» перед $x_{6,T}^2$ в обох моделях говорить про те, що при подальшому збільшенні рівня крутного моменту $\frac{T}{T_u}$ >0,6 кут закручування опорних перерізів балок нелінійно (за параболічним законом) збільшуватиметься як при стисненому крученні їхніх приопорних ділянок, так і при вільному крученні всього тіла балок.

Знак «-» перед $x_{4,s}^2$ в моделі (3.13) показує, що при подальшому зменшенні кількості поздовжньої робочої арматури за межами $\rho_f < 0,013$ цей параметр нелінійно буде збільшуватися в наслідок того, що напруження в цій арматурі досягатимуть межі текучості на більш ранніх етапах навантаження.

Усі дослідні фактори у зазначених серіях взаємодіють між собою і, тим самим, здійснюють сумісний вплив на кут закручування опорних перерізів, збільшуючи або зменшуючи його. Так, кут закручування опорних перерізів балок при стисненому крученні їхніх приопорних ділянок збільшується при одночасному збільшенні відносного прогону зрізу і крутного моменту, збільшенні відносного прогону зрізу і зменшенні кількості поздовжньої робочої арматури, збільшенні крутного моменту та зменшенні кількості поперечної та монтажної арматури.

При вільному крученні дослідних балок від опори до опори кути закручування їх опорних перерізів збільшуються при одночасному збільшенні відносного прольоту зрізу і крутного моменту, збільшенні відносного прольоту зрізу і зменшенні кількості поперечної та поздовжньої робочої арматури, збільшенні крутного моменту і зменшенні поздовжньої монтажної арматури, одночасному зменшені кількості поперечної та поздовжньої монтажної арматури.

Отже, проектуванні прогінних стержневих залізобетонних при конструкцій з метою зменшення їх деформативності слід мати на увазі наступне: по-можливості, необхідно зменшувати згинальні моменти від поперечного навантаження в елементах за рахунок перерозподілу цього навантаження, зменшення прольоту зрізу тощо; підвищення класу бетону від С12/15 до С30/35 (тобто, більше, ніж у 2 рази) здатне підвищити жорсткість стержневих елементів балочного типу всього на 10...25%; збільшення коефіцієнта поперечного армування дослідних зразків ρ_w від 0,0016 до 0,0044 збільшувало їх згинальну та крутну жорсткість до 25%; у непереармованих звичайних дослідних балках зі збільшенням коефіцієнта поздовжнього робочого армування ρ_f від 0,013 до 0,023 разом з ростом міцності приопорних ділянок зростають і їх прогини на 6...24%. Таке збільшення ρ_f збільшує також крутильну жорсткість балок до 16%; збільшення кількості монтажної (верхньої) арматури сприяє частковому (до 10%) збільшенню жорсткості дослідних зразків-балок; середня стріла прогинів у першій серії плосконапружених дослідних залізобетонних непереармованих балок перед руйнуванням їх приопорних ділянок становить 1/215 і в 2 рази перевищує середню стрілу прогинів цих елементів при «експлуатаційному» ($0,65F_{u}$) рівні поперечного навантаження, тобто l/440, що свідчить про високу питому несучу здатність як нормальних, так і похилих перерізів дослідних прогінних непереармованих залізобетонних елементів та правильне їх проектування; наявність крутного моменту високого рівня (до $0,6T_u$) не тільки радикально зменшує несучу здатність дослідних зразків-балок при стисненому крученні їх приопорних ділянок, а й підвищує їх прогини до 75%. При цьому, якщо руйнуюча поперечна сила у
балках з вільним їх крученням від опори до опори виявилося в 2 рази меншою у порівнянні з балками зі стисненим крученням їх приопорних ділянок, то прогини, навпаки, - в 3,3 рази більшими, що свідчить про необхідність уникати, по-можливості, такої деформації; середній кут закручування опорних перерізів при вільному крученні дослідних балок від табл. при середніх 2.1 опори опори значеннях зазначених в до конструктивних чинників дорівнює 8,44° і в 1,3 рази перевищує аналогічний кут закручування балок (6,61°) при стисненому крученні тільки їх приопорних ділянок. Найбільший вплив на величину цих кутів закручування має величина крутного моменту, відповідно, до 136% і 121%, потім – величина прогону зрізу до 12% і 65% та інші чинники.

3.4 Руйнування приопорних ділянок дослідних зразків-балок та їх характер

Дослідні зразки-балки були запроектовані так, щоб їхнє руйнування відбувалося на приопорних ділянках за плоскими чи просторовими похилими або нормальними перерізами під дією руйнуючих поперечної сили та згинального моменту з урахуванням дії інших факторів зовнішнього впливу та конструктивних чинників.

Обробка отриманих автором експериментальних даних виконувалась за допомогою ефективної комп'ютерної програми СОМРЕХ, розробленої на кафедрі ПАТСМ ОДАБА під керівництвом проф. Вознесенського В.А., що дозволила отримали математичні моделі міцності, що показують гарну збіжність з дослідними даними (коефіцієнти варіації *9* не перевищують 8%).

Моделювання за методикою, викладеною у розділі 2 складного напружено-деформованого стану при стисненому крученні, показало добру їх збіжність з даними експерименту, включаючи руйнівне навантаження [38, 32, 33], що дало змогу додатково до натурних виконати ще й числові експерименти з однопрогінними балками з вільним їх крученням.

$$\hat{Y} \Big[V_{u,II}^{e} / (bh_{0}) \Big] = 4,34 - 2,05x_{1,a} - 0,66x_{6,T} + 0,88x_{3,sw} + 0,63x_{4,s} + 0,31x_{5,s'} + 0,17x_{3,sw}^{2} - 0,21x_{1,a}x_{4,s} - 0,16x_{1,a}x_{5,s'} + 0,15x_{3,sw}x_{4,s}, M\Pi a;$$

$$\hat{Y} \Big[V_{u,II-A}^{u,e} / (bh_{0}) \Big] = 2,13 - 1,85x_{1,a} - 0,92x_{6,T} + 0,12x_{3,sw} + 0,51x_{4,s} + 0,06x_{5,s'} + 1,71x_{1,a}^{2} - 0,50x_{6,T}^{2} + 0,09x_{3,sw}^{2} - 0,17x_{4,s}^{2} + 0,08x_{1,a}x_{6,T} - (3.15) - 0,13x_{1,a}x_{3,sw} - 0,33x_{1,a}x_{4,s} - 0,03x_{1,a}x_{5,s'} - 0,13x_{6,T}x_{4,s}, M\Pi a;$$

де $V_{u,i}^{e}$; $V_{u,i}^{u,e}$ - руйнуюча поперечна сила, відповідно, в натурному і числовому експерименті першої серії дослідів при плоскому поперечному згині;

*f*_{ctk} - характеристична міцність бетону на розтяг (введена для можливості порівняння експериментальних даних О. С. Залєсова і
 Ю. А. Климова [39] з отриманими результатами);

 b, h_0 - відповідно, ширина і робоча висота поперечного перерізу (введена для можливості порівняння отриманих даних з результатами досліджень інших авторів, а також нівелювання впливу розмірів поперечного перерізу, тобто масштабного фактору).

Приведену до розмірів поперечного перерізу несучу здатність приопорних ділянок плосконапружених дослідних балок характеризують математичні моделі (3.14), (3.15). Вони не мають необхідності врахування масштабного фактору, прогнозуючи руйнуючу поперечну силу в прогінних залізобетонних елементах при вказаних діапазонах зміни конструктивних чинників та факторів зовнішньої дії. Це підтвердило порівняння розрахункових значень V_u з дослідними даними інших авторів [39, 106], а також дозволить вирішувати оптимізаційні задачі, пов'язанні з раціональним використанням енергоємних ресурсів (арматура, бетон).

Аналіз математичних моделей (3.14)...(3.15) вказує на суттєву перевагу над іншими статистичними методами постановки експериментів та обробки їх результатів. Вони дозволяють оцінити вплив кожного дослідного фактора на вихідний параметр не тільки окремо, а й у взаємодії один з одним.

Вплив конструктивних чинників на несучу здатність приопорних ділянок дослідних зразків - балок представлена на рис. 3.17 - 3.18.



Рис. 3.17 Вплив конструктивних чинників (прольоту зрізу (а), класу бетону (б), кількості поперечної (в), нижньої робочої (г), верхньої монтажної (д) арматури, а також величини крутного моменту (є) на міцність приопорних ділянок дослідних елементів

Найбільший вплив на несучу здатність приопорних ділянок дослідних елементів має проліт зрізу (рис. 3.17*a*).

Теж саме відбувається при підвищенні коефіцієнту поперечного армування ρ_w від 0,0016 до 0,0044 (рис. 3.17,*e*), поздовжнього робочого ρ_f від 0,013 до 0,023 (рис. 3.17,*e*) і монтажного (верхнього) ρ'_f від 0,006 до 0,013 (рис. 3.17,*d*) армування для вказаних типів балок.



 $\hat{Y}V_{\mu} = 75.9 - 35.8 X_1 - 11.6 X_2 + 15.3 X_3 + 11.0 X_4 + 5.4 X_5 + 3.0 X_3^2 3.8 X_1 X_4 - 3.0 X_1 X_5 + 2.8 X_3 X_4$

Рис. 3.18 Залежність руйнуючої поперечної сили від величини відносного прольоту зрізу (а), крутного моменту (б), поперечної (в), повздовжньої нижньої (г) та верхньої (д) арматури, а також від спільного впливу факторів (е).

При дослідженні виявлено, що приведена міцність просторових похилих перерізів балок зі стисненим крученням їхніх приопорних ділянок (серія II) виявилася в 2 рази вищою, ніж приведена міцність балок з вільним їх крученням від опори до опори (серія II-А).

Наявність додатного знаку при квадратичному ефекті $x_{1,a}^2$ свідчить, що при подальшому збільшенні відносного прогону зрізу a/h_0 за межами зміни цього дослідного фактору у балках з вільним їх крученням подальшого зниження несучої здатності їхніх приопорних ділянок не відбудеться, а наявність від'ємного знаку $x_{6,T}^2$ говорить про те, що збільшення рівня крутного моменту за межами $0, 6T_u$, навпаки, призведе до різкого падіння міцності просторових похилих перерізів при вільному їх крученні. Незначний квадратичний ефект при $x_{3,sw}^2$ в обох серіях також вказує на тенденцію до нелінійного зростання несучої здатності приопорних ділянок при подальшому збільшенні кількості поперечної арматури. А від'ємний знак при квадратичному ефекті $x_{4,s}^2$ у серії ІІ-А свідчить про те, що при заданому співвідношенні конструктивних чинників недоцільно збільшувати кількість поздовжньої арматури, тому що вплив цього фактора на несучу здатність приопорних ділянок за межами його зміни має затухаючий характер.

Всі дослідні фактори взаємодіють між собою, здійснюють вагомий вплив на міцність дослідних елементів. Несуча здатність приопорних ділянок балок при стисненому їх крученні збільшується при одночасному зменшенні прольоту зрізу і крутного моменту, зменшенні прольоту зрізу і збільшенні кількості поперечної та поздовжньої робочої, а також монтажної арматури, зменшенні крутного моменту і збільшенні поздовжньої робочої арматури. При вільному крученні балок від опори до опори міцність похилих просторових перерізів зростає при одночасному зменшенні прольоту зрізу і збільшенні кількості поздовжньої робочої та арматури, монтажної одночасному збільшенні кількості поперечної та поздовжньої робочої арматури.

Отримані результати досліджень не протирічать експериментальним даним інших авторів [139, 138, 19, 39, 44, 41, 76, 26, 68, 40, 42, 8, 123, 106, 75, 43, 103, 29, 1, 2, 3], а лише доповнюють їх та узагальнюють.

Висновки за розділом 3

Крутні моменти в прогінних конструкціях при величині до 0,6*T_u* здатні до 2 разів зменшити міцність їх приопорних ділянок.

2. Встановлено, що збільшення міцності бетону з метою підвищення несучої здатності приопорних ділянок, зокрема, є економічно не обґрунтованим і відповідний клас бетону слід приймати з урахуванням усіх конструктивних та технологічних вимог до конструкції.

3. Крутний момент величиною до $0,6T_u$ не тільки радикально, майже в 2 рази зменшує несучу здатність дослідних зразків-балок при стисненому крученні їх приопорних ділянок, а й підвищує їх прогини до 70% сприяє обертанню опорного перерізу до 6,6° (8,4° при вільному крученні балки від опори до опори).

4. Середня ширина розкриття нормальних тріщин на рівні центру ваги дослідних робочої арматури непереармованих елементах перед V руйнуванням їхніх приопорних ділянок не перевищувала допустимих значень і знаходилася в межах 0,2...0,25м. Ширина розкриття похилих тріщин посередині висоти перерізу дослідних балок при «експлуатаційному» рівні 0,65 F_и поперечного навантаження не перевищувала 0,3 мм за винятком елементів, приопорні ділянки яких окрім поперечного згину випробували ще й деформацію стисненого кручення, де середня ширина розкриття цих тріщин при такому навантаженні становила 0,6мм. Перед руйнуванням приопорних ділянок значення середньої ширини розкриття небезпечних похилих тріщин коливалися в межах 0,7...0,8мм при короткочасному навантаженні, а просторових спіралеподібних – 1...2мм, що свідчить про необхідність збільшувати, насамперед, кількість поперечної арматури, тим більш, з урахуванням тривалої дії навантаження.

5. Руйнування складнонапружених дослідних елементів при їх згині з крученням бере початок від опори і виклинюється на поверхню балки в самому кінці прольоту зрізу. При цьому, якщо довжина проекції руйнуючої просторової тріщини на тій вертикальні грані, де дотичні напруження від T і V збігаються за напрямком, близька до традиційної, то на протилежній грані довжина утвореної перед руйнуванням балки перехресної тріщини дорівнює прольоту зрізу.

6. Наявність крутного моменту призводить до нахилу нейтральної лінії в напрямку кута обертання балки. При цьому, вертикальна проекція стиснутої зони бетону в кінці прольоту зрізу має, як правило, вид прямокутної трапеції, яка при високих рівнях крутного моменту ($\sim 0.6T_u$) і мінімальній кількості верхньої монтажної арматури ($\rho'_f=0.006$) перетворюється у прямокутний трикутник, верхня сторона якого при вільному крученні залишається рівною ширині балки. При стисненому крученні тільки приопорних ділянок дослідних елементів стиснута зона бетону перед їх руйнуванням приймала, як правило, вид прямокутного трикутника у якому нейтральна лінія перетинала горизонтальну грань балки, а в прямому куті утворювалася зона концентрації головних стискаючих напружень), що огортає один із стержнів монтажної арматури.

7. Нагельний ефект в їх арматурних стержнях балок, підданих згину з крученням, був ще меншим, ніж у звичайних непереармованих балках і ним можна знехтувати.

За результатами виконаних досліджень опубліковані роботи [38, 32, 33, 37, 74].

РОЗДІЛ 4

РОЗРАХУНКОВА МОДЕЛЬ ПРОГІННОГО ЗАЛІЗОБЕТОННОГО ЕЛЕМЕНТА ПРИ ЙОГО ЗГИНІ З КРУЧЕННЯМ

4.1 Основні гіпотези та передумови

Розглядається залізобетонна балка прямокутного перерізу постійної за довжиною жорсткості, у розрахункових перерізах якого виникають наступні внутрішні зусилля: згинальний момент M_x у площині *zoy*, тобто момент згину відносно осі *x*; поперечна сила V_y на вісь *y*; крутний момент T_{xy} у площині *xoy*, що відповідаю складній деформації згину з крученням (рис 4.1, 4.2).

Стержень виготовлений з важкого бетону, тверднення якого відбувалося у нормальних природних умовах. Його армування довільне у вигляді системи ортогонально направлених стержнів робочої і монтажної арматури вздовж осі *z*, поперечної вздовж осі у арматури.

Задача на даному етапі досліджень – теоретичне визначення несучої здатності залізобетонного стержня з урахуванням його згину з вільним чи стисненим крученням, впливу конструктивних чинників та факторів зовнішньої дії, нелінійних властивостей бетону й арматури.



Рис. 4.1 Фрагмент поздовжнього розрізу (а) та поперечного перерізу (б) залізобетонного стержня з прив'язкою осей до його бокових граней



Рис. 4.2 Схема внутрішніх зусиль у поперечному перерізі стержня при згині з крученням

Задано: геометричні характеристики стержня; розташування та діаметри стержнів арматури; фізикомеханічні характеристики властивостей бетону й арматури; опорні закріплення, місця, вид, послідовність та характер прикладання зовнішнього навантаження; початкові і прикінцеві, необхідності. величини етапів за зовнішнього навантаження; розташування та прив'язка до опорних закріплень (місць прикладання зовнішнього навантаження) розрахункових перерізів елемента.

Згідно з [55] розв'язком задачі є найбільші величини поперечного спроможне витримати дослідний навантаження. яке елемент y розрахунковому перерізі без втрати міцності (несучої здатності) 3 урахуванням конструктивних чинників та факторів зовнішнього впливу, реальних властивостей бетону і арматури, його напружено-деформованого стану, деформативності та тріщиностійкості.

Основні гіпотези: Руйнування залізобетонної балки відбувається внаслідок втрати міцності, а не стійкості; розподіл загальних лінійних відносних деформацій по висоті розрахункового перерізу при деформації згину відповідає гіпотезі плоских перерізів; розглядаються нормальні до повздовжньої осі розрахункові перерізи; зв'язки між напруженнями і відносними деформаціями в бетоні та арматурі встановлюються за допомогою повних діаграм стиску-розтягу та зсуву; дотичні напруження у розрахунковому перерізі елемента при вільному його крученні визначаються згідно з рекомендаціями [104, 81]; дотичні і нормальні напруження у

перерізах стержня при його розрахункових стисненому крученні визначаються з урахуванням рішення М. І. Безухова [13] для еліптичних перерізів та згідно з рекомендаціями Ю. О. Школи [116]; бетон і стержні повздовжньої арматури сприймають нормальні σ_x , σ_y , σ_z та дотичні τ_{zx} , τ_{zy} , τ_{xy} напруження; стержні поперечної арматури сприймають тільки дотичні напруження τ_{zx} та τ_{zy} , що виникають у поперечному перерізі елемента, в залежності від орієнтації цих стержнів. Розподіл вказаних напружень по довжині стержнів поперечної арматури вважається нерівномірним; до появи макротріщин вважається справедливою умова сумісності деформацій бетону і арматури. Після їх появи бетон виключається з роботи і всі зусилля у перерізі з тріщиною сприймаються тільки арматурою; у якості критерію руйнування бетону (виникнення макротріщин) може бути прийнята феноменологічна умова міцності В. М. Круглова [59, 58] або М. І. Карпенка [50] та його учнів; арматурні стержні виключаються із роботи з виникненням в них деформацій текучості. У якості критерію приймається умова текучості Губера-Мізеса-Генкі [13, 102]; при переході від напружень до узагальнених внутрішніх силових факторів застосовується стандартна процедура числового інтегрування елементарних внутрішніх силових факторів по всій перерізу. При цьому, розрахунковий переріз площі розрахункового стержневого елемента умовно поділяється на окремі малі елементи-частки, в межах яких напруження вважаються однаковими.

4.2 Критерії міцності матеріалів

Феноменологічна умова міцності бетону за В. М. Кругловим [59, 58] з урахуванням [50, 55, 54] має вигляд:

$$\hat{\tau}_{0} = \frac{\hat{\tau}_{0c}^{3} k \left(1 + k^{2}\right) - \sqrt{2} \left(1 - k\right) \hat{D}_{3}}{\hat{\tau}_{0c}^{2} k \left(1 + k^{3}\right)},$$
(4.1)

де -
$$\hat{\tau}_{0c} = \frac{1}{6} \left\{ A + \left[A^2 - 48\sqrt{2} \left(\hat{\sigma}_0 - C \right) \right]^{0.5} \right\};$$

 $A = \sqrt{2} - 4 - 2C \left(3\hat{\sigma}_0 + 7 \right); \quad k = m\sqrt{2} / \left(m\sqrt{2} - \alpha \right);$

$$\alpha = \left[2(2+C)\hat{\tau}_{0c} \right] / \left[4(\hat{\sigma}_{0}-C) - \hat{\tau}_{0c} \right]; \quad m = 1+1,25\alpha;$$

$$\hat{\tau}_{0} = \tau_{0} / f_{cd}; \quad \hat{\sigma}_{0} = \sigma_{0} / f_{cd}; \quad \hat{D}_{3} = D_{3} / f_{cd}^{3}; \quad \alpha = f_{ct} / f_{cd};$$

$$C = \frac{4m(\alpha-1) - \left[1+m(1+\alpha) \right] \left\{ 4+m\sqrt{2}(\alpha-1)\left[\alpha+m(1+\alpha)\right]^{-1} \right\}}{2\left[1+m(7+\alpha) - 6m/\alpha \right]}.$$

Розрахункові моделі бетону і залізобетону повинні оцінювати зміну складного напружено-деформованого стану конструкцій в процесі їх навантаження на різних стадіях деформування, включаючи руйнування, за допомогою єдиного, фізично обґрунтованого закону деформування з урахуванням реальних властивостей такого комплексного конструкційного матеріалу як залізобетон.

Міцність бетону в системі координат головних напружень $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ згідно з [50, 14] описується безперервною, випуклою, симетричною відносно октаедричного нормального напруження σ_0 та однаково нахиленою до вказаних координатних осей поверхнею, побудованою за методом М. М. Філоненка-Бородича з використанням рівняння:

$$f(\sigma_{oc},\tau_{oc},\theta_{c}) = \tau_{oc} - \tau_{olc}(\sigma_{oc}) \cdot \rho(\theta_{c}) = 0, \qquad (4.2)$$

де σ_{oc}, τ_{oc} - октаедричні нормальні і дотичні напруження;

 θ - кут виду напруженого стану;

 $\rho(\theta_c)$ - інтерполяційна між $\tau_{o1}(\theta_c = 60^\circ)$ з $\tau_{o2}(\theta_c = 0^\circ)$ функція [14]:

$$\rho(\theta_c) = \left[2a_c \cos\theta_c + b_c \sqrt{a_c \left(4\cos^2\theta_c - 1\right) + b_c^2} \right] / \left(4a_c \cos^2\theta_c + b_c^2\right), \tag{4.3}$$

де $a_c = 1 - c_c^2$, $b_c = 2c_c - 1$, $c_c = \tau_{o2c} / \tau_{o1c}$.

Зв'язок між октаедричними напруженнями при кутах виду напруженого стану $\theta_c = 60^{\circ}$ з $\theta_c = 0^{\circ}$ згідно з [14] можна представити:

$$\sigma_{oc} = A_1 \tau_{o1c}^2 + B_1 \tau_{o1c} + C_1, \quad \sigma_{oc} = A_2 \tau_{o2c}^2 + B_2 \tau_{o2c} + C_1.$$
(4.4)

Коефіцієнти A_1, A_2, B_1, B_2, C_1 отриманні шляхом «прив'язки» характерних точок на поверхні міцності бетону. Використовуючи експериментальні залежності В. М. Бондаренка і В. І. Колчунова [18] з урахуванням [55, 14] їх пропонується визначати за такими спрощеними формулами:

$$\begin{aligned} A_{1} &= 4,14/(f_{ck} - f_{ctk}); \\ B_{1} &= \left(5,38f_{ck}^{2} + f_{ck}f_{ctk} - 6,38f_{ck}^{2}\right) / \left[4,24(f_{ck} - f_{ctk})^{2}\right]; \\ A_{2} &= \left(4,09f_{ck} - 4,16f_{ctk}\right) / \left(1,20f_{ck}^{2} - 2,20f_{ck}f_{ctk} + f_{ctk}^{2}\right); \\ B_{2} &= \left(4,46f_{ck}^{2} - 2,04f_{ck}f_{ctk} - 0,73f_{ctk}^{2}\right) / \left(4,32f_{ck}^{2} - 7,92f_{ck}f_{ctk} + 3,60f_{ctk}^{2}\right); \\ C_{1} &= -H = -\left(0,82f_{ck}f_{ctk}\right) / \left(f_{ck} - f_{ctk}\right), \end{aligned}$$
(4.5)

де f_{ck}, f_{ctk} - характеристична (при проектуванні розрахункова f_{cd}, f_{ctd}) міцність бетону, відповідно, на стиск та розтяг. За формулою (4.2) можна однозначно описати поверхню міцності бетону, оскільки до неї через коефіцієнти (4.5) входять п'ять незалежних параметрів (його) міцності, які відповідають окремим випадкам напруженого стану: одновісному стиску $R_c = f_{ck}$ і розтягу $R_p = f_{ctk}$, двовісному стиску $R_{2c} \cong 1, 2R_c = 1, 2f_{ck}$ і розтягу $R_{2p} \cong R_p = f_{ctk}$, а також тривісному рівномірному розтягу $R_{3p} = H \cong (0,82R_c \cdot R_p)/(R_c - R_p).$

Кут виду напруженого стану в бетоні стержня, що розглядається, можна визначити за [13, 14] з урахуванням $\sigma_x = \sigma_y = 0$

$$\theta_{c} = \frac{1}{3} \arccos\left(\frac{3\sqrt{3D_{3}}}{2\sqrt{D_{2}^{3}}}\right) = \frac{1}{3} \arccos\left[\frac{\sqrt{\sigma_{zc} \left[2\sigma_{zc}^{2} + 9\left(\tau_{xyc}^{2} + \tau_{zyc}^{2} + \tau_{zxc}^{2}\right)\right]}}{2\sqrt{\left(\sigma_{zc}^{2}/3 + \tau_{xyc}^{2} + \tau_{zyc}^{2} + \tau_{zxc}^{2}\right)^{3}}}\right], \quad (4.6)$$

де D_2, D_3 - другий та третій інваріанти девіатора напружень.

3 урахуванням (4.2), (4.4) отримаємо

$$\sigma_{oc} = \frac{A_1}{\rho^2(\theta_c)} \tau_{oc}^2 + \frac{B_1}{\rho(\theta_c)} \tau_{oc} + C_1.$$
(4.7)

Граничні значення міцності бетону (на «поверхні» міцності) у вигляді $\hat{\sigma}_{oc}$ та $\hat{\tau}_{oc}$ визначаються розв'язком системи рівнянь:

$$\begin{cases} \hat{\tau}_{oc} - \tau_m = m_\sigma \left(\hat{\sigma}_{oc} - \sigma_m \right); \\ \hat{\sigma}_{oc} = \frac{A_1}{\rho^2(\theta_c)} \hat{\tau}_{oc}^2 + \frac{B_1}{\rho(\theta_c)} \hat{\tau}_{oc} + C_1, \end{cases}$$
(4.8)

де σ_m та τ_m - напруження на попередньому рівні навантаження (при простому пропорційному навантаженні $\sigma_m = \tau_m = 0$);

 m_{σ} – коефіцієнт, що характеризує напружено-деформований стан бетону. Наприклад, при рівномірному тривісному розтязі $m_{\sigma} = 0$, двовісному розтязі-стиску $m_{\sigma} = \pm \sqrt{2}/2$, одновісному розтязі-стиску $m_{\sigma} = \pm \sqrt{2}$ (знак «+» відповідає деформації розтягу, «-» – стиску).

Умова текучості арматурної сталі Губера-Мізеса-Генкі [13, 102] при $\sigma_x = \sigma_y = 0$ має вид:

$$\sigma_{zs}^2 + 3\tau_{xys}^2 + 3\tau_{zxs}^2 + 3\tau_{zys}^2 = \tilde{f}_{yd}^2, \qquad (4.9)$$

де \tilde{f}_{yd}^2 – розрахункова міцність арматури на границі текучості з урахуванням її зменшення внаслідок складного напруженого стану у порівнянні з центральним розтягом-стиском.

У загальному випадку складного напружено-деформованого стану цей критерій має вид:

$$\sigma_{xs}^{2} + \sigma_{ys}^{2} + \sigma_{zs}^{2} - \sigma_{xs}\sigma_{ys} - \sigma_{ys}\sigma_{zs} - \sigma_{zs}\sigma_{xs} + 3\tau_{xys}^{2} + 3\tau_{zys}^{2} + 3\tau_{zxs}^{2} = \tilde{f}_{yd}^{2}.$$
 (4.10)

4.3 Зв'язок між дотичними напруженнями та кутовими деформаціями

Для побудови діаграми зсуву у [116] використана гіпотеза теорії пружнопластичних деформацій, згідно з якою інтенсивність напружень пов'язана з інтенсивністю деформацій однією і тією ж залежністю для всіх видів напружених станів. Для випадку одноосного розтягу за пропозицією М. М. Малініна [67] інтенсивність напружень та інтенсивність деформацій представлена:

$$\sigma_i = \sigma; \qquad \varepsilon_i = \varepsilon (1 - 2v)/3E, \qquad (4.11)$$

де *σ* – нормальні напруження;

є – відносні осьові деформації.

При чистому зсуві інтенсивність напружень та інтенсивність деформацій

можна знайти за формулами:

$$\sigma_i = \sqrt{3\tau}; \qquad \varepsilon_i = \gamma/\sqrt{3}, \qquad (4.12)$$

де *т* – дотичні напруження; *ү* – кутові деформації.

Користуючись вищезазначеною гіпотезою М.М. Малінін [67] з (4.11) і (4.12) отримав вирази:

$$\sigma_i = \frac{\sigma}{\sqrt{3}}; \qquad \gamma = \sqrt{3} \left[\varepsilon - \frac{(1 - 2\nu)\sigma}{3E} \right]. \tag{4.13}$$

Отже, діаграму зсуву матеріалу можна отримати з діаграми його осьового розтягу. Звідси модуль пружності матеріалу при зсуві:

$$G = \frac{\tau}{\gamma} = \frac{\sigma}{3} \left(\varepsilon - \frac{1 - 2\nu}{3E} \sigma \right)^{-1}.$$
 (4.14)

Згідно з рекомендаціями М. І. Карпенка [50] діаграму деформування бетону при стиску (розтязі) з урахуванням [55] можна представити у вигляді:

$$\varepsilon_b = \frac{\sigma_b}{E_b^0 v_b} = \frac{\sigma_c}{E_{cm} \zeta_c} = \varepsilon_c, \qquad (4.15)$$

де $\varepsilon_b = \varepsilon_c$ - відносні лінійні деформації бетону; $\sigma_b = \sigma_c$ - нормальні напруження в бетоні;

 $E_b{}^0 = E_{cm}$ – початковий модуль пружності бетону;

 $v_b = \zeta_c -$ коефіцієнт зміни січного модуля пружності бетону.

3 (4.14) і (4.15) отримаємо вираз для січного модуля пружності бетону при зсуві:

$$G_b = \frac{E_b^0 \mathcal{G}_b}{\left[2\left(1+\mu_b\right)\right]} = \frac{E_{cm} \mathcal{G}_c}{2\left(1+\nu_c\right)} = G_{cm} \mathcal{G}_c = G_c, \qquad (4.16)$$

де $\mathcal{G}_b = \mathcal{G}_c$ – коефіцієнт зміни січного модуля пружності бетону при зсуві;

 $\mu_b = v_c$ – коефіцієнт Пуассона для бетону.

Коефіцієнт зміни січного модуля можна обчислити згідно з пропозицією М. І. Карпенка [47] у редакції [55] за формулою, формальний запис якої є єдиним і для бетону, і для арматурної сталі:

159

$$\mathcal{G}_{c} = \widehat{\mathcal{G}}_{c} \pm \left(\mathcal{G}_{co} - \widehat{\mathcal{G}}_{c}\right) \sqrt{1 - \omega_{1}\eta - \omega_{2}\eta^{2}}, \qquad (4.17)$$

де $\hat{\mathcal{G}}_c$ – значення коефіцієнта \mathcal{G}_c у вершині діаграми;

 \mathcal{G}_{co} – значення \mathcal{G}_{c} на початку діаграми: \mathcal{G}_{co} =1;

 η – рівень напружень;

ω₁, ω₂ – параметри кривизни діаграми.

Складові формули (4.17) рекомендується визначати:

$$\hat{\tau}_c = f_{bd}, \qquad \eta = \tau_c / \hat{\tau}_c$$
(4.18)

$$\mathcal{G}_{c} = \left[0, 6+0, 3\left(1+v_{c}\right)f_{bd}/25\right]; \qquad \omega_{2} = 1-\omega_{1},$$
(4.19)

де f_{bd} – розрахункове значення граничних напружень зчеплення [54], яке добре узгоджується з $R_{b,sh} = 0, 7\sqrt{R_bR_{bt}}$ – міцністю бетону при зсуві за даними В. М. Байкова і Е. Є. Сігалова [5].

Для догірної (висхідної) ділянки діаграми:

$$\mathcal{G}_{co} = 1, \quad \omega_1 = 2 - 2,5 \hat{\mathcal{G}}_c$$
(4.20)

Для додільної (низпадної) ділянки діаграми:

$$\vartheta_{co} = 2,05\hat{\vartheta}_{c}; \qquad \omega_{1} = 1,95\hat{\vartheta}_{c} - 0,138.$$
(4.21)

Коефіцієнт зміни січного модуля при зсуві можна визначати також через рівень деформацій за даними [50] з урахуванням [55, 54] за допомогою формул, аналогічних до формул діаграми одновісного розтягу:

$$\mathcal{G}_c = p + \sqrt{p^2 + s}, \qquad (4.22)$$

де

$$p = \frac{\vartheta_c \left[2\hat{\vartheta}_c^2 - \omega_1 \eta_d \left(\vartheta_o - \hat{\vartheta}_c \right)^2 \right]}{2 \left[\hat{\vartheta}_c^2 + \omega_2 \eta_d^2 \left(\vartheta_{co} - \hat{\vartheta}_c \right)^2 \right]}; \quad s = \frac{\hat{\vartheta}_c^2 \left(\vartheta_{co}^2 - 2\hat{\vartheta}_c^2 \right)}{\hat{\vartheta}_c^2 + \omega_2 \eta_d^2 \left(\vartheta_{co} - \hat{\vartheta}_c \right)^2}, \tag{4.23}$$

$$\eta_{d} = \frac{\gamma_{c}}{\widehat{\gamma}_{c}}; \qquad \widehat{\gamma}_{c} = \frac{2(1+v_{c})\widehat{\tau}_{c}}{E_{ck}\widehat{\mathcal{G}}_{c}}, \qquad (4.24)$$

Зв'язок між дотичними напруженнями та кутовими деформаціями має вид:

$$\tau_c = \frac{E_{cm} \mathcal{G}_c}{2(1+v_c)} \gamma_c, \qquad (4.25)$$

який потрібно підтвердити експериментально.

Діаграми зсуву для бетонів різних класів, побудовані за вказаною методикою у роботі [115] і наведені на рис. 4.3.



Рис. 4.3 Розрахункові діаграми зсуву важких бетонів за [115] з урахуванням [55]

Деформаційні залежності для бетону, що знаходиться у складному напружено-деформованому стані, доцільно формулювати також у вигляді зв'язку між октаедричними напруженнями і деформаціями [14]. При цьому, вважаються справедливими наступні гіпотези[50]: зв'язок між октаедричними напруженнями τ_{oc} і зсувами на октаедричних площинках γ_{oc} нелінійний: $\tau_{oc} = G_c(\gamma_{oc}) \cdot \gamma_{oc}$, де $G_c(\gamma_{oc})$ - січний (октаедричний) модуль зсуву бетону; зв'язок між октаедричними нормальними напруженнями σ_{oc} та середніми деформаціями ε_{oc} також нелінійний і має вигляд $\sigma_{oc} = K(\gamma_{oc}) \cdot (\varepsilon_{oc} - \rho_c \gamma_{oc}^2)$, де ρ_c - модуль дилатації (за Г. О. Генієвим [25] - g_{oc}); $K(\gamma_{oc})$ - модуль об'ємних деформацій.

Для визначення січних модулів по аналогії з гіпотезою [25, 50] про

«єдину криву деформування» доцільно використати гіпотезу [14], згідно з якою форма зв'язку між напруженнями та деформаціями не залежить від виду напруженого стану, тобто зв'язок між τ_{oc} і γ_{oc} можна прийняти таким же, як і при одновісному стиску, і для визначення січного модуля зсуву прийняти (рис.4.4) залежність ЕКБ, запропоновану Саєнсом, $G_c(\gamma_{oc}) = G_{oc} \cdot f(\gamma_o)$, в якій

$$f(\gamma_{oc}) = \frac{1}{1 + A\eta + B\eta^2 + C\eta^3}, \qquad (4.26)$$

де

$$C = \lambda (1 - \xi_r) / [\xi_r (\eta_r - 1)^2 - 1/\eta_r]; B = 1 - 2C; A = C + \lambda - 2; \xi_r = \overline{\sigma}_r / f_{ck} \approx 0.85$$

i $\eta_r = \gamma / \overline{\gamma}_r \approx 1.41; \xi = \sigma_{oc} / f_{ck}; \eta = \gamma_{oc} / \overline{\gamma}_{oc}; \lambda = \xi / \eta;$ початковий модуль зсуву
$$G_{oc} = G_{cm} = E_{cm} / [2(1 + v_c)]; \sigma_{oc} = (\sigma_{xc} + \sigma_{yc} + \sigma_{zc})/3; \varepsilon_{oc} = (\varepsilon_{xc} + \varepsilon_{yc} + \varepsilon_{zc})/3;$$

$$\tau_{oc} = 1/3 \sqrt{(\sigma_{xc} - \sigma_{yc})^2 + (\sigma_{zc} - \sigma_{yc})^2 + (\sigma_{zc} - \sigma_{xc})^2 + 6(\tau_{xyc}^2 + \tau_{zyc}^2 + \tau_{zxc}^2)};$$

$$\gamma_{oc} = 2/3 \sqrt{(\varepsilon_{xc} - \varepsilon_{yc})^2 + (\varepsilon_{zc} - \varepsilon_{yc})^2 + (\varepsilon_{zc} - \varepsilon_{xc})^2 + 3/2(\gamma_{xyc}^2 + \gamma_{zyc}^2 + \gamma_{zxc}^2)}.$$

$$\chi_{oc} = 2/3 \sqrt{(\varepsilon_{ac} - \varepsilon_{yc})^2 + (\varepsilon_{zc} - \varepsilon_{yc})^2 + (\varepsilon_{zc} - \varepsilon_{xc})^2 + 3/2(\gamma_{xyc}^2 + \gamma_{zyc}^2 + \gamma_{zxc}^2)}.$$

Puc. 4.4 Діаграма
деформування бетону
в умовах складного
напруженого стану
 $\eta = \gamma_{oc} / \overline{\gamma}_{oc}$

3 урахуванням $\sigma_{xc} = \sigma_{yc} = 0$ для стержня, що розглядається: $\sigma_{oc} = \sigma_{zc}/3$; $\varepsilon_{oc} = \varepsilon_{zc}/3$; $\tau_{oc} = 1/3\sqrt{2\sigma_{zc}^2 + 6(\tau_{xyc}^2 + \tau_{zyc}^2 + \tau_{zxc}^2)}$; $\gamma_{oc} = 2/3\sqrt{2\varepsilon_{zc}^2 + 3/2(\gamma_{xyc}^2 + \gamma_{zyc}^2 + \gamma_{zxc}^2)}$.

Граничні (максимально можливі) зсуви $\overline{\gamma}_r$ на окта
едричних площинках

рекомендується визначити за рівнянням регресії [14], отриманим в результаті обробки відомих експериментальних даних при тривісному стиску А. В. Яшина і М. Д. Котсовоса:

$$\overline{\gamma}_{r} = 7,97 \left(\tau_{oc} / f_{ck} \right)^{2} + 15,22 \left(\tau_{oc} / f_{ck} \right) - 3,713.$$
(4.27)

Модуль дилатації бетону з урахуванням [141, 303] можна визначити за формулою: $\rho_c = g_{oc} = -\theta_c / \tilde{A}_c^2 = -(\varepsilon_{xc} + \varepsilon_{yc} + \varepsilon_{z\bar{n}}) G_{oc} / 4 f_{bk}$, де θ_c, \tilde{A}_c - відповідно, граничні об'ємні деформації та інтенсивність

деформацій бетону зсуву при чистому зсуві;

 f_{bk} - характеристичне (при проектуванні — розрахункове f_{bd}) значення граничних напружень зчеплення [54], яке приблизно дорівнює $R_{b,sh} = 0, 7\sqrt{R_b R_{bt}}$ за [5].

Модуль об'ємних деформацій за [14] визначається аналогічно: $K_c(\gamma_{oc}) = K_{oc} \cdot f(\gamma_{oc}),$

де
$$K_{oc} = \frac{E_{cm}}{1 - 2v_c}$$
 - початковий модуль об'ємних деформацій

З урахуванням викладеного січний модуль пружності E_c та коефіцієнт поперечних деформацій v_c складно напруженого бетону згідно з [14] визначається:

$$E_{c} = 3K_{c}(\gamma_{oc})G_{c}(\gamma_{oc})/[G_{c}(\gamma_{oc}) + K_{c}(\gamma_{oc})],$$

$$v_{c} = [K_{c}(\gamma_{oc}) - 2G_{c}(\gamma_{oc})]/\{2[G_{c}(\gamma_{oc}) + K_{c}(\gamma_{oc})]\}.$$
(4.28)

Для бетону також можна отримати формули для січного модуля пружності при зсуві для арматурної сталі та залежності для діаграми її зсуву

$$G_{s} = \frac{E_{sk} \mathcal{G}_{s}}{\left[2\left(1+v_{s}\right)\right]}; \qquad \tau_{s} = \frac{E_{sk} \mathcal{G}_{s}}{\left[2\left(1+v_{s}\right)\right]} \gamma_{s}, \qquad (4.29)$$

Сумісна робота бетону й арматурного стержня при сприйняті поперечної сили, а також поздовжньої і поперечної арматури приймається згідно з рекомендаціями [51].

4.4 Визначення несучої здатності залізобетонної балки при її згині з крученням

Несуча здатність балок визначається традиційним способом за допомогою деформаційного методу з урахуванням рекомендацій [115, 55, 54, 114, 118]. Поперечний переріз стержня умовно розбиваємо на малі елементи прямокутної форми (рис. 4.5, згідно з [36]), розмір яких узгоджується з крупністю найбільшої фракції бетону за [119]. Кожному з цих елементів присвоюється відповідний номер. Для кожної *n*-ної частки бетону в розрахунковому перерізі фіксуються координати її центру ваги відносно центру осей симетрії перерізу x_{cn} , y_{cn} , площа A_{cn} , характеристична (нормативна) міцність бетону на стиск f_{ck} , розтяг f_{ctk} , початковий модуль пружності E_{cm} . Коефіцієнт Пуассона ($v_c=0,2$) приймається сталим.



Рис. 4.5 Складові частки розрахункового поперечного перерізу стержня

Така фіксація міцністних і деформаційних характеристик бетону для кожного елемента дозволяє розраховувати залізобетонні стержні складеного залізобетонного перерізу, бетонування або підсилення яких здійснювали за декілька етапів бетонами різної міцності й деформативності, а також залізобетонні елементи, пошкоджені корозією, температурними та іншими впливами.

Розташування стержнів поздовжньої арматури приймається дискретним.

Кожному поздовжньому арматурному стержню присвоюється свій номер j, вказується його діаметр d_{sj} , положення центру ваги відносно центру осей симетрії перерізу елемента x_{sj} , y_{sj} , характеристичне значення міцності на границі текучості f_{ykj} (або $f_{0,2kj}$), характеристичне значення відносних деформацій арматурної або попередньо напруженої сталі при максимальному навантаженні ε_{uk} , початковий модуль пружності E_{skj} та клас арматури. Коефіцієнт Пуассона v_s приймається сталим для всіх стержнів поздовжньої арматури і таким, що дорівнює 0,25.

Розташування стержнів поперечної арматури в площині розрахункового перерізу приймається також дискретним.

Горизонтальні і вертикальні стержні поперечної арматури (хомути) умовно розбиваються на окремі ділянки, кожній з яких присвоюється номер *i*, фіксується її діаметр d_{swi} , площа поперечного перерізу A_{swi} , площа поверхні дотику з бетоном A_{cswi} та координати її центру ваги у площині розрахункового поперечного перерізу x_{swi} , y_{swi} відносно осей симетрії. Для всіх поперечних стержнів, що розташовані в площині перерізу, задаються міцнісні та деформаційні характеристики: характеристичне значення міцності на границі текучості f_{ywk} , характеристичне значення міцності на розтяг f_{twk} , модуль пружності E_{sw} , коефіцієнт Пуассона $v_{sw}=0,25$, характеристичне значення відносних деформацій ε_{uwk} , границя або рівень пружності та клас поперечної арматури.

По довжині залізобетонного елемента (вздовж осі *z*) поперечна арматура для вказаного на рис. 4.5 перерізу ураховується у вигляді розподіленого на його грані шару погонної площі

$$A_{zswi} = \pi d_{swi}^2 / (4s_i)$$
(4.30)

де *s_i* – крок поперечних стержнів у поздовжньому напрямку.

4.4.1 Рівняння рівноваги

На основі гіпотез рівняння рівноваги у розрахунковому перерізі прогінного залізобетонного елемента можна представити у вигляді

$$M_{x} = \sum_{n=1}^{k} A_{cn} \sigma_{zcn} Y_{cn} + \sum_{j=1}^{m} A_{sj} \sigma_{zsj} Y_{sj}, \qquad (4.31)$$

$$V_{y} = \sum_{n=1}^{k} A_{cn} \tau_{zycn} + \sum_{j=1}^{m} A_{sj} \tau_{zysj} + \sum_{i=1}^{l_{ysw,1-4,2-3}} A_{yswi} \sigma_{yswi}, \qquad (4.32)$$

$$T_{xy} = \sum_{n=1}^{k} A_{cn} \left(\tau_{zycn} X_{cn}^{tor} - \tau_{zxcn} Y_{cn}^{tor} \right) + \sum_{j=1}^{m} A_{sj} \left(\tau_{zysj} X_{sj}^{tor} - \tau_{zxsj} Y_{sj}^{tor} \right) + \\ + \sum_{i=1}^{l_{xysw,1...4}} A_{swi} \left(\sigma_{yswi} X_{swi}^{tor} - \sigma_{xswi} Y_{swi}^{tor} \right),$$
(4.33)

де σ_{zcn} – нормальні напруження в *n*-ій частці бетонного перерізу;
 σ_{zsj} – нормальні напруження в *j*-му поздовжньому стержні;
 τ_{zxcn}, τ_{zycn} – дотичні напруження в *n*-ій частці бетонного перерізу;
 τ_{zxsj}, τ_{zysj} – дотичні напруження в *j*-му поздовжньому стержні;
 σ_{xswi}, σ_{yswi} – нормальні напруження, які виникають на *i*-ій ділянці,
 відповідно, горизонтальної та вертикальної поперечної арматури.

Нормальні та дотичні напруження в рівняннях (4.31)...(4.33) визначаються за допомогою повних діаграм деформування бетону і арматури [50, 18, 14] та прийнятих гіпотез за наступними формулами:

- для *n*-ої частки бетону поперечного перерізу:

$$\sigma_{zcn} = E_{cmn} \zeta_{cn} \varepsilon_{zcn}; \qquad \tau_{zxcn} = G_{cmn} \vartheta_{zxcn} \gamma_{zxcn}; \tau_{zycn} = G_{cmn} \vartheta_{zycn} \gamma_{zycn}; \qquad \tau_{xycn} = G_{cmn} \vartheta_{xycn} \gamma_{xycn}$$
(4.34)

де ζ_{cn} – коефіцієнт зміни січного модуля пружності бетону E_{cn} , який визначається за формулою (2.6, стор.82 [51]) або (2.9, стор. 83 [51]) у редакції [55, 54] в залежності від величини осьової деформації ε_{zcn} ;

$$\zeta_{cn} = \widehat{\zeta}_{cn} \pm \left(\zeta_{co} - \widehat{\zeta}_{cn}\right) \sqrt{1 - \omega_{1n} \eta_n - \omega_{2n} \eta_n^2},$$

де $\hat{\zeta}_{cn}$ – значення коефіцієнту ζ_{cn} у вершині діаграми; ζ_{co} – значення коефіцієнта ζ_{cn} на початку діаграми; $\eta_n = \frac{\sigma_{cn}}{\hat{\sigma}_{cn}}$ – рівень напружень; $\hat{\zeta}_{cn} = \hat{\sigma}_{cn} / (\hat{\varepsilon}_{cn} E_{cmn});$ $\hat{\sigma}_{cn} = -f_{ckn}; \omega_{2n} = 1 - \omega_{1n}; \hat{\sigma}_{cn}, \hat{\varepsilon}_{cn} = \varepsilon_{cm}$ – відповідно, напруження і деформація у вершині діаграми; ω_{1n}, ω_{2n} – параметри кривизни діаграми:

- для догірної (висхідної) ділянки діаграми

$$(|\varepsilon_{cn}| \leq |\widehat{\varepsilon}_{cn}|): \zeta_{co} = 1; \qquad \omega_{1n} = 2 - 2.5 \widehat{\zeta}_{cn};$$

- для додільної (низпадної) ділянки діаграми

$$(|\varepsilon_{cn}| > |\widehat{\varepsilon}_{cn}|): \zeta_{co} = 2,05\widehat{\zeta}_{cn}; \quad \omega_{1n} = 1,95\widehat{\zeta}_{cn} - 0,138.$$

Деформацію у вершині діаграми для важкого і дрібнозернистого бетонів за пропозицією [50, 12, 7] у редакції [55, 54] можна визначити за наступною емпіричною залежністю:

$$\begin{aligned} \widehat{\varepsilon}_{cn} &= -(18 + f_{ckn}) \Big(62f_{ckn} + 0.675f_{ckn}^2 + 22 \Big) \Big/ \Big[(53000 - 62f_{ckn}) \cdot (7f_{ckn} + f_{ckn}^2 + 22) \Big], \\ \text{afo} \ \widehat{\varepsilon}_{cn} &= \varepsilon_R \Big[235 - 81 / (1 + 7.75 \cdot 10^{-4} f_{ckn}^2) \Big] 10^{-5}, \end{aligned}$$

де константи 1; 7,75; 18; 22; 81; 235; 53000 та *f*_{ckn} приймаються в МПа.

Значення ζ_{cn} можна визначити також через рівень деформацій $\eta_{dn} = \varepsilon_{cn} / \hat{\varepsilon}_{cn}$ за формулами (4.22)...(4.24) із заміною \mathscr{G}_{cn} на ζ_{cn} , $\hat{\mathscr{G}}_{cn}$ на $\hat{\zeta}_{cn}$, $\hat{\gamma}_{cn}$ на $\hat{\varepsilon}_{cn}$;

 $\dot{A}_{cn} = \dot{A}_{cmn} \zeta_{cn}$ - січний модуль пружності, який залежить від величини осьової деформації ε_{zcn} . Може бути визначений також як відношення $\sigma_{zcn} / \varepsilon_{zcn}$ з відомих діаграм за європейськими або вітчизняними нормами;

 \mathcal{G}_{zxcn} , \mathcal{G}_{zycn} , \mathcal{G}_{xycn} - коефіцієнти зміни січного модуля пружності при зсуві бетону G_{cn} , які визначаються за формулою (4.17) або (4.22) у залежності, відповідно, від величин кутових деформацій γ_{zxcn} , γ_{zycn} , γ_{xycn} ; $G_{cn} = G_{cnnn} \mathcal{G}_{cn}$; $G_{cmn} = E_{cmn} / 2(1 + v_c)$.

Нормальні напруження σ_{zcn} в n-ій частці бетону можна також визначити за відомими діаграмами європейських або вітчизняних норм, а дотичні напруження – за (4.34) і рис. 4.3 або за (4.35) і рис. 4.4;

для *j*-го стержня поздовжньої арматури:

$$\sigma_{zsj} = \mathring{A}_{sj} \zeta_{zsj} \varepsilon_{zsj}; \qquad \tau_{zxsj} = G_{sj} \vartheta_{zxsj} \gamma_{zxsj}; \tau_{zysj} = G_{sj} \vartheta_{zysj} \gamma_{zysj}; \qquad \tau_{xysj} = G_{sj} \vartheta_{xysj} \gamma_{xysj},$$
(4.35)

де ζ_{zsj} - коефіцієнт зміни січного модуля пружності сталі E_{sj} , який також визначається за формулою (2.15, стор. 86 [51]) або (2.19, стор.87 [51]) у залежності від величини осьової деформації ε_{zsj} . У редакції [55, 54] для

арматури без фізичної площинки текучості $\varepsilon_{zsj} = \frac{\sigma_{zsj}}{E_{sj}\zeta_{zsj}}$,

$$\text{дe } \zeta_{zsj} = \widehat{\zeta}_{zsj} \pm \left(\zeta_{zsjo} - \widehat{\zeta}_{zsj}\right) \sqrt{1 - \omega_{1j}\eta_j - \omega_{2j}\eta_j^2} ,$$

$$\text{дe } \zeta_{zsjo} = 1; \quad \widehat{\sigma}_{zsj} = f_{yki}; \quad \widehat{\varepsilon}_{zsj} = \varepsilon_{uk}; \quad \widehat{\zeta}_{zsj} = \widehat{\sigma}_{zsj} / E_{sk} \widehat{\varepsilon}_{zsj};$$

$$\eta_{j} - \text{рівень напружень [при } \sigma_{zsj} < \sigma_{zsj,el} \quad \eta_{j} = 0 \quad \text{при } \sigma_{zsj} > \sigma_{zsj,el}$$
$$\eta_{j} = \left(\sigma_{zsj} - \sigma_{zsj,el}\right) / \left(\hat{\sigma}_{zsj} - \sigma_{zsj,el}\right)];$$
$$\omega_{1j} = \left[\left(\zeta_{zsjo} - \hat{\zeta}_{zsj}\right)^{2} \left(\eta_{02j}^{2} - 1\right) + \left(\zeta_{02sj} - \hat{\zeta}_{zsj}\right)^{2} \right] \cdot \left[\eta_{02j} \left(\eta_{02j} - 1\right) \left(\zeta_{zsjo} - \hat{\zeta}_{zsj}\right)^{2} \right]^{-1},$$

де – η_{02j} і ζ_{02sj} – рівень напружень та коефіцієнт зміни січного модуля пружності E_{sj} , що відповідає умовній границі текучості:

$$\eta_{02\,j} = (\sigma_{02\,sj} - \sigma_{zsj,el}) / (\hat{\sigma}_{zsj} - \sigma_{zsj,el}); \qquad \zeta_{02\,sj} = \sigma_{02\,sj} / (\sigma_{02\,sj} - 0,002E_{sj});$$

$$\varepsilon_{02\,sj} = \sigma_{02\,sj} / (E_{sj}\zeta_{02\,sj}).$$

Для арматури з фізичною площинкою текучості повна діаграма поділяється на дві ділянки, межею яких є точка Р з координатами $\left[\hat{\sigma}_{zsj}^{(1)}, \hat{\varepsilon}_{zsj}^{(1)}\right]$:

$$\widehat{\sigma}_{zsj}^{(1)} \approx 1,01\sigma_{02sj}; \qquad \widehat{\varepsilon}_{zsj}^{(1)} \cong \lambda_{sj} + 1,01\sigma_{02sj}/E_{sj},$$

де λ_{sj} - відносна довжина площинки текучості: $\lambda_{sj} = 0,015$ для арматури класу AI (A240); $\lambda_{sj} = 0,012$ для AII (A300); $\lambda_{sj} = 0,008$ - для AIII (A400).

До точки Р діаграма також описується попередніми формулами, в яких

$$\widehat{\varepsilon}_{zsj} = \widehat{\varepsilon}_{zsj}^{(1)}; \ \widehat{\sigma}_{zsj} = \widehat{\sigma}_{zsj}^{(1)}; \ \sigma_{zsj,el} = 0,97\sigma_{02sj}; \ \eta_{j,el} \approx 0,97.$$

На другому відрізку вводиться додаткова точка k з координатами $\sigma_{zsj}^{(k)} = 1, 2\sigma_{02sj}; \quad \varepsilon_{zsj}^{(k)} = 1, 6\lambda_{sj} + \sigma_{zsj}^{(k)} / E_{sj}.$ Друга ділянка діаграми описується

також з використанням вказаних вище залежностей, в яких потрібно замінити η_{02j} на $\eta_{kj} = \left(\sigma_{zsj}^{(k)} - \widehat{\sigma}_{zsj}^{(1)}\right) / \left(\widehat{\sigma}_{zsj} - \widehat{\sigma}_{zsj}^{(1)}\right)$, а ζ_{02sj} на $\zeta_{zsj}^{(k)} = \sigma_{zsj}^{(k)} / \left(E_{sj}\varepsilon_{zsj}^{(k)}\right)$ та прийняти:

$$\zeta_{zsjo} = \frac{\widehat{\sigma}_{zsj}^{(1)}}{E_{sj}\widehat{\varepsilon}_{zsj}^{(1)}}, \qquad \eta_{j} = \frac{\left(\sigma_{zsj} - \widehat{\sigma}_{zsj}^{(1)}\right)}{\left(\widehat{\sigma}_{zsj} - \widehat{\sigma}_{zsj}^{(1)}\right)}, \qquad \eta_{d} = \frac{\varepsilon_{zsj}}{\widehat{\varepsilon}_{zsj}};$$

 $E_{sj} = E_{skj} \zeta_{zsj}$ - січний модуль пружності повздовжньої арматури. Може бути визначений також безпосередньо з відомої діаграми [18] як відношення $\sigma_{zsj} / \varepsilon_{zsj}$;

 \mathcal{P}_{zxsj} - коефіцієнт зміни січного модуля пружності при зсуві для арматурної сталі, який визначається у залежності від величини кутової деформації γ_{zxsj} ;

 \mathcal{G}_{zysj} , \mathcal{G}_{xysj} - те ж у залежності від кутових деформацій, відповідно, γ_{zysj} , γ_{xysj} . Нормальні та дотичні напруження у повздовжній арматурі можна також визначити безпосереднью за відповідними діаграмами [18] при відомих значеннях лінійних та кутових деформацій в ній;

- для окремих елементів стержнів поперечної арматури нормальні напруження, що виникають в них, знаходимо з умови її сумісної роботи з бетоном. Для вертикальних і горизонтальних стержнів отримаємо, відповідно:

$$\sigma_{yswi} = E_{swi} \zeta_{yswi} \varepsilon_{yswi}^*, \qquad \sigma_{xswi} = E_{swi} \zeta_{xswi} \varepsilon_{xswi}^*, \qquad (4.36)$$

де $\zeta_{yswi}, \zeta_{xswi}$ - коефіцієнти зміни січного модуля пружності для сталі поперечних стержнів, які також визначаються за формулою (2.15, стор.86 [51]) або (2.19, стор.87[51]) у залежності від величин осьових деформацій, відповідно, вертикальних і горизонтальних стержнів поперечної арматури ε_{yswi}^* ; ε_{xswi}^* . Нормальні напруження у поперечній арматурі можна також визначити за відповідною діаграмою при відомих значеннях деформацій в ній. Аналіз численних експериментальних досліджень, зокрема Ю. В. Чиненкова [109], показав, що активно в роботу залізобетонних елементів включаються тільки ті стержні поперечної арматури, які попадають в зону розвитку похилої чи просторової тріщини. Тобто, кількість хомутів, що приймають участь у сприйнятті зусиль у поперечному перерізі, безпосередньо залежить від довжини тріщини на відповідній грані. Загальна площа перерізів стержнів поперечної арматури, які сприймають відповідні зусилля, на окремій грані елемента дорівнює:

 $A_{sw,1-2} = A_{zswi} l_{cr,1-2}^{zox}; A_{sw,2-3} = A_{zswi} l_{cr,2-3}^{zoy}; A_{sw,3-4} = A_{zswi} l_{cr,3-4}^{zox}; A_{sw,1-4} = A_{zswi} l_{cr,1-4}^{zoy},$ де A_{zswi} - погонна площа шару поперечної арматури, яка визначається за формулою (4.76);

 $l_{cr,1-2}^{zox}$; $l_{cr,2-3}^{zoy}$; $l_{cr,3-4}^{zoy}$; $l_{cr,1-4}^{zoy}$ - довжини тріщин, що утворилися, відповідно, на верхній, лівій бічній, нижній та правій бічній гранях елемента, які визначаються за формулою (4.131, стор.221 [51]).

Досвід показує, що нормальні напруження в поперечних стержнях чи хомутах, перетнутих похилою просторовою тріщиною, як правило, досягають границі текучості. Тому при визначенні результуючої складової поперечної сили, що сприймається цими поперечними стержнями чи хомутами, доцільно визначити за формулами:

$$V_{xsw} = (A_{sw,1-2} + A_{sw,2-3})f_{yd}; \qquad V_{ysw} = (A_{sw,1-4} + A_{sw,2-3})f_{yd}, \qquad (4.37)$$

де f_{yd} - розрахункове значення поперечної арматури розтягу.

При порівнянні розрахункових та дослідних значень руйнуючих поперечних сил і крутних моментів у формулі (4.37) замість f_{yd} доцільно прийняти f_{yk} - характеристичне значення опору поперечної арматури розтягу.

4.4.2 Узагальнені лінійні та кутові деформації

Узагальнені лінійні та кутові деформації визначаються з урахуванням гіпотези плоских перерізів, розв'язків теорії пружності Х. Хана [107] для

поперечного згину, функцій розподілу напружень Ю. А. Школи [116] при стисненому крученні та рекомендацій [55, 54, 118].

Іх можна представити у вигляді:

для *i*-тої частки бетону поперечного перерізу:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{zcn} &= \varepsilon_0 + \chi_x X_{cn} + \beta_z \theta_z \varphi \Big(X_{cn}^{tor}, Y_{cn}^{tor} \Big) \\ \gamma_{zxcn} &= K_y h_{ycn} + \theta_z f_{zxcn}, \\ \gamma_{zycn} &= K_y g_{ycn} - \theta_z f_{zycn}, \\ \gamma_{xycn} &= -\theta_z f_{xycn}, \end{aligned}$$
(4.38)

де ε_0 - осьова відносна деформація по лінії поздовжньої осі (z) елемента;

 χ_x - кривизна згину у площині дії згинального моменту M_x .

При *M_x*>0 (розтягнуті нижні волокна елемента) (рис. 4.2, 4.5) кривизну згину знайдемо через середні деформації розтягнутої арматури і стиснутого бетону:

$$\chi_{x,\cup} = \left[\left(\varepsilon_{s3} + \varepsilon_{s4} \right) / 2 - \sum_{1}^{b/b_{*}} \varepsilon_{zcn(+h/2)} / (b/b_{*}) \right] / (h/2 - Y_{s3,4}),$$

при $M_{x} < 0$: $\chi_{x,\cap} = \left[\left(\varepsilon_{s1} + \varepsilon_{s2} \right) / 2 - \sum_{1}^{b/b_{*}} \varepsilon_{zcn(-h/2)} / (b/b_{*}) \right] / (h/2 + Y_{s1,2}),$ (4.39)

де *b*_{*} - ширина *i*-тої частки бетону.

 β_z – коефіцієнт депланації перерізу, який визначається за формулою:

$$\beta_z = \eta e^{-\eta z}, \qquad (4.40)$$

де *η* – коефіцієнт стиснення, який визначається згідно рекомендацій [116];

 z – відстань по довжині стержня від розрахункового перерізу до найближчого жорсткого закріплення.

При вільному крученні стержнів приймаємо $\beta_z = 1;$

θ_z – відносний (погонний) кут закручування одиниці довжини стержня
 (рад/м);

 $\varphi(X_{cn}^{tor}, Y_{cn}^{tor})$ - функція кручення Сен-Венана для елементарної площинки, яку згідно [23] можна визначити за формулою:

$$\varphi(X_{cn}^{tor},Y_{cn}^{tor}) = -X_{cn}^{tor}Y_{cn}^{tor} + 8b^2/\pi^3 \sum_{k=1}^{\infty} \left[(-1)^{k+1}/(2k-1)^3 \right] \times \\ \times \left\{ sh \left[(2k-1)\pi Y_{cn}^{tor}/b \right]/ch \left[(2k-1)\pi h/2b \right] \right\} \sin \left[(2k-1)\pi X_{cn}^{tor}/b \right]$$
(4.41)

де *h* і *b* - відповідно, висота і ширина розрахункового поперечного перерізу стержня;

X^{tor}_{cn}, *Y*^{tor}_{cn} - координати елементарної площинки, що розглядається, відносно центру кручення.

Ураховуючи швидку збіжність ряду, допускається з достатньою для практичних розрахунків точністю у першому наближенні обчислити функцію $\varphi(X_{cn}^{tor}, Y_{cn}^{tor})$ при k=1;

K_y, - кривизна зсуву в площині дії поперечної сили *V_y*, відповідно. Із теорії споруд відомо:

$$K_{y} = d\gamma_{zycn} / dy \cong \frac{d\gamma_{zycn}}{h_{*}}.$$
(4.42)

К_у можна визначити також за допомогою спрощеного прийому [44] з деякими модифікаціями:

$$K_{y} = 1,5\varphi_{b2}\varphi_{crc} \left(V_{y,zi} - V_{y,zi+1} \right) / (G_{cn}bhs), \qquad (4.43)$$

де φ_{b2} - поправочний коефіцієнт [87], який ураховує деформації тривалої повзучості бетону, $\varphi_{b2} = 2$. При короткочасній дії навантаження $\varphi_{b2} = 1$;

 φ_{crc} - поправочний коефіцієнт, який ураховує вплив тріщин на деформації зсуву. Згідно [87] при відсутності тріщин $\varphi_{crc} = 1$, а при наявності похилих чи просторових тріщин $\varphi_{crc} = 4,8$. Очевидно, що при рівнях навантаження, що перевищують 0,65 від руйнівного, потрібно приймати $\varphi_{crc} = 4,8$;

 $V_{y,zi} - V_{y,zi+1}$ - приріст поперечної сили V_y на погонній ділянці стержня довжиною *s*, що дорівнює кроку поперечної арматури. При сталому значенні *V*, наприклад, на приопорній ділянці стержня довжиною *l*_{sh} у формулі (4.43)

замість ΔV слід прийняти V, замість величини $s - l_{sh}$;

g_{ycn}, h_{ycn} - функції розподілу кутових деформацій при поперечному
 згині. Згідно з [107] при збереженні одного члена ряду з урахуванням [55, 54]
 отримаємо:

$$g_{ycn} = (1 + v_c) \left[\frac{h^2}{4} - (Y_{cn})^2 \right] - v_c \left[\frac{b^2}{12} - (X_{cn})^2 \right] + \left\{ \frac{v_c b^2 ch (2\pi Y_{cn}/b)}{\left[\frac{\pi^2 ch (\pi h/b)}{2} \right] \cos (2\pi X_{cn}/b)};$$

$$h_{ycn} = -\left(\frac{v_c b^2}{\pi^2} \right) sh \left(\frac{2\pi Y_{cn}}{b} \right) ch (\pi h/b) / \sin \left(\frac{2\pi X_{cn}}{b} \right);$$

$$f_{ycn} = \frac{\tau_{zxcn}}{\left(\frac{\pi^2 ch (2\pi Y_{cn}/b)}{2\pi^2} \right)}, \quad f_{ycn} = \frac{\tau_{zycn}}{\left(\frac{\pi^2 ch (2\pi Y_{cn}/b)}{2\pi^2} \right)}, \quad f_{ycn} = \frac{\tau_{zycn}}{\left(\frac{\pi^2 ch (2\pi Y_{cn}/b)}{2\pi^2} \right)}, \quad f_{ycn} = \frac{\tau_{zycn}}{\left(\frac{\pi^2 ch (2\pi Y_{cn}/b)}{2\pi^2} \right)}, \quad f_{ycn} = \frac{\tau_{zycn}}{\left(\frac{\pi^2 ch (2\pi Y_{cn}/b)}{2\pi^2} \right)}, \quad f_{ycn} = \frac{\tau_{zycn}}{\left(\frac{\pi^2 ch (2\pi Y_{cn}/b)}{2\pi^2} \right)}, \quad f_{zycn} = \frac{\tau_{zycn}}{\left(\frac{\pi^2 ch (2\pi Y_{cn}/b)}{2\pi^2} \right)}, \quad f_{zycn} = \frac{\tau_{zycn}}{\left(\frac{\pi^2 ch (2\pi Y_{cn}/b)}{2\pi^2} \right)}, \quad f_{zycn} = \frac{\tau_{zycn}}{\left(\frac{\pi^2 ch (2\pi Y_{cn}/b)}{2\pi^2} \right)}, \quad f_{zycn} = \frac{\tau_{zycn}}{\left(\frac{\pi^2 ch (2\pi Y_{cn}/b)}{2\pi^2} \right)}, \quad f_{zycn} = \frac{\tau_{zycn}}{\left(\frac{\pi^2 ch (2\pi Y_{cn}/b)}{2\pi^2} \right)}, \quad f_{zycn} = \frac{\tau_{zycn}}{\left(\frac{\pi^2 ch (2\pi Y_{cn}/b)}{2\pi^2} \right)}, \quad f_{zycn} = \frac{\tau_{zycn}}{\left(\frac{\pi^2 ch (2\pi Y_{cn}/b)}{2\pi^2} \right)}, \quad f_{zycn} = \frac{\tau_{zycn}}{\left(\frac{\pi^2 ch (2\pi Y_{cn}/b)}{2\pi^2} \right)}, \quad f_{zycn} = \frac{\tau_{zycn}}{\left(\frac{\pi^2 ch (2\pi Y_{cn}/b)}{2\pi^2} \right)}, \quad f_{zycn} = \frac{\tau_{zycn}}{\left(\frac{\pi^2 ch (2\pi Y_{cn}/b)}{2\pi^2} \right)}, \quad f_{zycn} = \frac{\tau_{zycn}}{\left(\frac{\pi^2 ch (2\pi Y_{cn}/b)}{2\pi^2} \right)}, \quad f_{zycn} = \frac{\tau_{zycn}}{\left(\frac{\pi^2 ch (2\pi Y_{cn}/b)}{2\pi^2} \right)}, \quad f_{zycn} = \frac{\tau_{zycn}}{\left(\frac{\pi^2 ch (2\pi Y_{cn}/b)}{2\pi^2} \right)}, \quad f_{zycn} = \frac{\tau_{zycn}}{\left(\frac{\pi^2 ch (2\pi Y_{cn}/b)}{2\pi^2} \right)}, \quad f_{zycn} = \frac{\tau_{zycn}}{\left(\frac{\pi^2 ch (2\pi Y_{cn}/b)}{2\pi^2} \right)}, \quad f_{zycn} = \frac{\tau_{zycn}}{\left(\frac{\pi^2 ch (2\pi Y_{cn}/b)}{2\pi^2} \right)}, \quad f_{zycn} = \frac{\tau_{zycn}}{\left(\frac{\pi^2 ch (2\pi Y_{cn}/b)}{2\pi^2} \right)}, \quad f_{zycn} = \frac{\tau_{zycn}}{\left(\frac{\pi^2 ch (2\pi Y_{cn}/b)}{2\pi^2} \right)}, \quad f_{zycn} = \frac{\tau_{zycn}}{\left(\frac{\pi^2 ch (2\pi Y_{cn}/b)}{2\pi^2} \right)}, \quad f_{zycn} = \frac{\tau_{zycn}}{\left(\frac{\pi^2 ch (2\pi Y_{cn}/b)}{2\pi^2} \right)}, \quad f_{zycn} = \frac{\tau_{zycn}}{\left(\frac{\pi^2 ch (2\pi Y_{cn}/b)}{2\pi^2} \right)}, \quad f_{zycn} = \frac{\tau_{zycn}}{\left(\frac{\pi^2 ch (2\pi T (2\pi ch (2\pi T (2\pi T (2\pi h (2\pi T (2\pi h (2\pi h$$

$$f_{zxcn} = \frac{t_{zxcn}}{\left(\theta_z \cdot G_{cn}\right)}, \quad f_{zycn} = \frac{t_{zycn}}{\left(\theta_z \cdot G_{cn}\right)}, \quad f_{xycn} = \frac{t_{xycn}}{\left(\theta_z \cdot G_{cn}\right)} - \varphi y H \kappa u i i$$

розподілу дотичних напружень по бетонному поперечному перерізі. При вільному крученні ці функції з урахуванням [104, 81] та *k*=1 можна представити:

$$\begin{split} f_{zxcn}^{0} &= + \left(\frac{8b}{\pi^{2}}\right) \left\{ \frac{sh\left(\pi Y_{cn}^{tor}/b\right)}{ch\left[\pi h/(2b)\right]} \right\} \cos\left(\frac{\pi X_{cn}^{tor}}{b}\right), \\ f_{zycn}^{0} &= - \left(\frac{8b}{\pi^{2}}\right) \left\{ 1 - \frac{ch\left(\pi Y_{cn}^{tor}/b\right)}{ch\left[\pi h/(2b)\right]} \right\} \sin\left(\frac{\pi X_{cn}^{tor}}{b}\right), \\ f_{xycn} &= 0. \end{split}$$

$$(4.45)$$

При стисненому крученні вказані функції доцільно визначати з урахуванням рекомендацій [116] за такими формулами:

$$\begin{split} f_{zxcn} &= -2(1+v_c) \begin{cases} \left(\frac{\eta^2}{4}\right) Y_{cn}^{tor} \left[\left(X_{cn}^{tor}\right)^2 - \frac{b^2}{4} \right] e^{-\eta z} + \left[\left(\frac{4b^3\eta^2}{\pi^4}\right) e^{-\eta z} + \frac{4b\pi^{-2}}{(1+v_c)} \right] \times \\ \times \left[\frac{sh(\pi Y_{cn}^{tor}/b)}{ch(\pi h/2b)} \right] \cos\left(\frac{\pi X_{cn}^{tor}}{b}\right) \\ f_{zycn} &= -2(1+v_c) \begin{cases} \left(\frac{\eta^2}{4}\right) X_{cn}^{tor} \left[\left(Y_{cn}^{tor}\right)^2 - \frac{h^2}{4} \right] e^{-\eta z} + \left[\left(\frac{4b^3\eta^2}{\pi^4}\right) e^{-\eta z} - \frac{4b\pi^{-2}}{(1+v_c)} \right] \times \\ \times \left[1 - \frac{ch(\pi Y_{cn}^{tor}/b)}{ch(\pi h/2b)} \right] \sin\left(\frac{\pi X_{cn}^{tor}}{b}\right) \\ & \times \left[1 - \frac{ch(\pi Y_{cn}^{tor}/b)}{ch(\pi h/2b)} \right] \sin\left(\frac{\pi X_{cn}^{tor}}{b}\right) \\ f_{xycn} &= -(1+v_c)\eta^3 \begin{cases} \left[\frac{\left[\left(X_{cn}^{tor}\right)^2 - \frac{b^2}{4} \right] \left[\left(Y_{cn}^{tor}\right)^2 - \frac{h^2}{4} \right] \\ & -\frac{8b^5}{\pi^5} \left[1 - \frac{ch(\pi Y_{cn}^{tor}/b)}{ch(\pi h/2b)} \right] \times \\ & \times \cos\left(\frac{\pi X_{cn}^{tor}}{b}\right) \end{cases} \end{split} \right\} e^{-\eta z} , \end{split}$$

$$(4.46)$$

– для ј-ого стержня повздовжньої арматури:

$$\varepsilon_{zxsj} = \varepsilon_{os} + \chi_x X_{sj} + \beta_z \theta_z \varphi \left(X_{sj}^{tor} Y_{sj}^{tor} \right),$$

$$\gamma_{zxsj} = K_y h_{ysj} + \theta_z f_{zxsj},$$

$$\gamma_{zysj} = K_y g_{ysj} - \theta_z f_{zysj},$$

$$\gamma_{xvsj} = -\theta_z f_{xysj},$$

(4.47)

де χ_x – кривизни згину у площинах дії згинальних моментів, які приймаються такими ж, як і для розрахункового бетонного перерізу і визначаються за (4.38), (4.39);

 β_z – коефіцієнт депланації всього поперечного перерізу, який визначається за (4.40); $\varphi(X_{sj}^{tor} Y_{sj}^{tor})$ – функція кручення Сен-Венана для j – того стержня повздовжньої арматури, яку можна визначити за (4.41) з заміною координат центру ваги елементарної площинки X_{cn}^{tor} , Y_{cn}^{tor} на координати центру ваги j– того стержня повздовжньої арматури:

$$\varphi \left(X_{sj}^{tor}, Y_{sj}^{tor} \right) = -X_{sj}^{tor} Y_{sj}^{tor} + \frac{8b^2}{\pi^3} \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{(-1)^{k+1}}{(2k-1)^3} \right] \left\{ \frac{sh \left[(2k-1)\pi Y_{sj}^{tor} / b \right]}{ch \left[(2k-1)^3 \pi h / 2b \right]} \right\} \times sin \left[\frac{(2k-1)\pi X_{sj}^{tor}}{b} \right],$$
(4.48)

у першому приближенні k=1;

K_y – кривизна зсуву в площині дії поперечної сили *V_y* і приймається як і для розрахункового бетонного перерізу, тобто визначена за (4.42);

 g_{ysj} , h_{ysj} – функції розподілу кутових деформацій, розтягу (стиску) та поперечного згину в j – тому стержні повздовжньої арматури, які можуть бути визначеними за (4.44) з заміною v_c на v_s , X_{cn} та Y_{cn} - на X_{sj} та Y_{sj} :

$$g_{ysj} = (1 + v_s) \left(\frac{h^2}{4} - (Y_{sj})^2 \right) - v_s \left(\frac{b^2}{12} - (X_{sj})^2 \right) + \left\{ \frac{v_s b^2 ch (2\pi Y_{sj}/b)}{\left[\pi^2 ch (\pi h/b) \right]} \right\} \cos \left(\frac{2\pi X_{sj}}{b} \right);$$

$$h_{ysj} = -(v_s b^2/\pi^2) \left[sh (2\pi Y_{sj}/b) / ch (\pi h/b) \right] \sin (2\pi X_{sj}/b);$$
(4.49)

$$f_{zxsj} = \frac{\tau_{zxsj}}{\left(\theta_z G_{sj}\right)}, \quad f_{zysj} = \frac{\tau_{zysj}}{\left(\theta_z G_{sj}\right)}, \quad f_{xysj} = \frac{\tau_{xysj}}{\left(\theta_z G_{sj}\right)}$$
 - функції розподілу

дотичних напружень в *j*-тому стержні повздовжньої арматури. Їх можна визначити за (4.45) із заміною індексів c на s, n на j, v_c на v_s :

– при вільному крученні елементів:

$$f_{zxsj}^{0} = + \left(\frac{8b}{\pi^{2}}\right) \left\{ \frac{sh(\pi Y_{sj}^{tor}/b)}{ch[\pi h/(2b)]} \right\} \cos\left(\frac{\pi X_{sj}^{tor}}{b}\right),$$

$$f_{zysj}^{0} = - \left(\frac{8b}{\pi^{2}}\right) \left\{ 1 - \frac{ch(\pi Y_{sj}^{tor}/b)}{ch[\pi h/(2b)]} \right\} \sin\left(\frac{\pi X_{sj}^{tor}}{b}\right), \quad f_{xysj} = 0.$$
(4.50)

Аналогічно з (4.46) можна визначити вказані функції при стисненому крученні елементів:

$$f_{zxsj} = -2(1+v_s) \begin{cases} \left(\frac{\eta^2}{4}\right) Y_{sj}^{tor} \left[\left(X_{sj}^{tor}\right)^2 - \frac{b^2}{4} \right] e^{-\eta z} + \left[\left(\frac{4b^3 \eta^2}{\pi^4}\right) e^{-n z} + \frac{4b\pi^{-2}}{(1+v_s)} \right] \times \\ \times \left[\frac{sh(\pi Y_{sj}^{tor}/b)}{ch(\pi h/2b)} \right] \cos\left(\frac{\pi X_{sj}^{tor}}{b}\right) \end{cases},$$

$$f_{zysj} = -2(1+v_s) \begin{cases} \left(\frac{\eta^2}{4}\right) X_{sj}^{tor} \left[\left(Y_{sj}^{tor}\right)^2 - \frac{h^2}{4} \right] e^{-\eta z} + \left[\left(\frac{4b^3 \eta^2}{\pi^4}\right) e^{-\eta z} - \frac{4b\pi^{-2}}{(1+v_s)} \right] \times \\ \times \left[1 - \frac{ch(\pi Y_{sj}^{tor}/b)}{ch(\pi h/2b)} \right] \sin\left(\frac{\pi X_{sj}^{tor}}{b}\right) \end{cases},$$

$$f_{zysj} = -(1+v_s) \eta^3 \begin{cases} \left[\left(X_{sj}^{tor}\right)^2 - \frac{b^2}{4} \right] \left[\left(Y_{sj}^{tor}\right)^2 - \frac{h^2}{4} \right] - \\ -\frac{8b^5}{\pi^5} \left[1 - \frac{ch(\pi Y_{sj}^{tor}/b)}{ch(\pi h/2b)} \right] \times \cos\left(\frac{\pi X_{sj}^{tor}}{b}\right) \end{cases} e^{-\eta z}; \qquad (4.51)$$

– для окремих ділянок стержнів поперечної арматури:

 ε^*_{yswi} ; ε^*_{xswi} – відносні осьові деформації, відповідно, окремих ділянок вертикального і горизонтального стержнів поперечної арматури (хомутів). Отримаємо:

$$\varepsilon_{yswi}^{*} = \gamma_{zycn}^{*} = \gamma_{zyswi,c} \left\{ 1 + \left[d_{sw} E_{sw} \zeta_{yswi} \left(1 + v_{c} \right) / \left(2l_{ysw} E_{cmn} \vartheta_{zycn} \right) \right] \right\}^{-1}, \\ \varepsilon_{xswi}^{*} = \gamma_{zxcn}^{*} = \gamma_{zxswi,c} \left\{ 1 + \left[d_{sw} E_{sw} \zeta_{xswi} \left(1 + v_{c} \right) / \left(2l_{xsw} E_{cmn} \vartheta_{zxcn} \right) \right] \right\}^{-1}, \quad (4.52)$$

де узагальнені кутові деформації бетону, прилеглого до *i*-тої ділянки поперечної арматури, згідно з (4.40) визначаються:

$$\gamma_{zxswi,c} = K_{y}h_{yswi,c} + \theta_{z}f_{zxswi,c};$$

$$\gamma_{zyswi,c} = K_{y}g_{yswi,c} - \theta_{z}f_{zyswi,c},$$
(4.53)

де K_y – кривизна зсуву розрахункового перерізу в площині дії поперечної сили V_y , яка визначаються за (4.42) або (4.43);

розподіл кутових деформацій, розтягу (стиску) та поперечного згину в розрахунковому перерізі згідно з (4.44) характеризується:

$$g_{xswi,c} = (1+v_c) \left(\frac{b^2}{4} - X_{swi}^2 \right) - v_c \left(\frac{h^2}{12} - Y_{swi}^2 \right) + \left\{ \frac{v_c h^2 ch (2\pi X_{swi}/h)}{\left[\pi^2 ch (\pi b/h) \right]} \right\} \cos \left(\frac{2\pi Y_{swi}}{h} \right),$$

$$h_{xswi,c} = -\left(v_c h^2/\pi^2 \right) sh (2\pi X_{swi}/h) sin (2\pi Y_{swi}/h) / ch (\pi b/h);$$

$$g_{yswi,c} = (1+v_c) \left(\frac{h^2}{4} - Y_{swi}^2 \right) - v_c \left(\frac{b^2}{12} - X_{swi}^2 \right) + \left\{ \frac{v_c b^2 ch (2\pi Y_{swi}/b)}{\left[\pi^2 ch (\pi h/b) \right]} \right\} \cos \left(\frac{2\pi X_{swi}}{b} \right),$$

$$h_{yswi,c} = -\left(v_c b^2/\pi^2 \right) \left[sh (2\pi Y_{swi}/b) / ch (\pi h/b) \right] sin (2\pi X_{swi}/b);$$
(4.54)

f_{zxswi,c}, *f_{zyswi,c}* – функції розподілу дотичних напружень в бетонних елементах, прилеглих до *i*-тої ділянки, відповідно, горизонтального і вертикального стержнів поперечної арматури, які по аналогії з (4.45) і (4.46) можуть бути представлені:

– при вільному крученні:

$$f_{zxswi,c}^{0} = + \left(\frac{8b}{\pi^{2}}\right) \left\{ \frac{sh(\pi Y_{swi}^{tor}/b)}{ch[\pi h/(2b)]} \right\} \cos\left(\frac{\pi X_{swi}^{tor}}{b}\right),$$

$$f_{zyswi,c}^{0} = - \left(\frac{8b}{\pi^{2}}\right) \left\{ 1 - \frac{ch(\pi Y_{swi}^{tor}/b)}{ch[\pi h/(2b)]} \right\} \sin\left(\frac{\pi X_{swi}^{tor}}{b}\right);$$
(4.55)

– при стисненому крученні:

$$f_{zxswi,c} = -2(1+v_c) \begin{cases} \left(\frac{\eta^2}{4}\right) Y_{swi}^{tor} \left[\left(X_{swi}^{tor}\right)^2 - \frac{b^2}{4} \right] e^{-\eta z} + \left[\left(\frac{4b^3\eta^2}{\pi^4}\right) e^{-\eta z} + \frac{4b\pi^{-2}}{(1+v_c)} \right] \times \\ \times \left[\frac{sh(\pi Y_{swi}^{tor}/b)}{ch(\pi h/2b)} \right] \cos\left(\frac{\pi X_{swi}^{tor}}{b}\right) \end{cases},$$
(4.56)
$$f_{zyswi,c} = -2(1+v_c) \begin{cases} \left(\frac{\eta^2}{4}\right) X_{swi}^{tor} \left[\left(Y_{swi}^{tor}\right)^2 - \frac{h^2}{4} \right] e^{-\eta z} + \left[\left(\frac{4b^3\eta^2}{\pi^4}\right) e^{-\eta z} - \frac{4b\pi^{-2}}{(1+v_c)} \right] \times \\ \times \left[1 - \frac{ch(\pi Y_{swi}^{tor}/b)}{ch(\pi h/2b)} \right] \sin\left(\frac{\pi X_{swi}^{tor}}{b}\right) \end{cases};$$

 ζ_{yswi} , ζ_{xswi} – коефіцієнти зміни січного модуля пружності для сталі поперечних стержнів, які також визначаються за формулою (2.15, стор.86 [51]) або (2.19 стор.87 [51]) у залежності від величин ε_{yswi}^* ; ε_{xswi}^* з заміною σ_s , відповідно, на σ_{yswi} та σ_{xswi} . Нормальні напруження у поперечній арматурі можна також визначити за діаграмою [18] розтягу цієї сталі при відомих лінійних деформаціях в ній;

 $\mathcal{G}_{zycn}, \mathcal{G}_{zxcn}$ – коефіцієнти зміни січного модуля зсуву і бетону G_{cn} , що оточує *i*-ту ділянку поперечної арматури у відповідних напрямках. Визначається за формулою (2.6, стор.82[51]) або (2.9, стор.83[51]) в залежності від осьової деформації $\varepsilon_{yci} = \varepsilon_{yswi}^*, \varepsilon_{xci} = \varepsilon_{xswi}^*$ з заміною σ_b , відповідно, на σ_{yci} і σ_{xci} або як для *n*-ої частки бетону, що оточує відповідну ділянку поперечної арматури. Для складно напруженого бетону січні модулі пружності та зсуву доцільно визначати також з використанням (4.26), (4.27), (4.28).

4.4.3 Фізичні співвідношення

Використовуючи рівняння рівноваги (4.31) – (4.33), узагальнені лінійні та кутові деформації (4.38), (4.47), (4.52), діаграми деформування матеріалів, [118], загальні фізичні співвідношення для розрахункового поперечного перерізу залізобетонного стержня можна представити:

$$\begin{cases} M_{x} \\ V_{y} \\ T_{xy} \end{cases} = \begin{bmatrix} D_{11} & 0 & D_{13} \\ 0 & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix} \begin{cases} \chi_{x} \\ K_{y} \\ \theta \end{cases} \text{ afo } \{N\} = [D]\{\varepsilon\}, \quad (4.57)$$

де D_{11} – згинальна жорсткість в площині *zoy*:

$$D_{11} = \sum_{n=1}^{k} A_{cn} E_{cmn} \zeta_{cn} Y_{cn}^{2} + \sum_{j=1}^{m} A_{sj} E_{sj} \zeta_{zsj} Y_{sj}^{2} / \psi_{sj}, \qquad (4.58)$$

*D*₂₂ – жорсткість зсуву в площині *zoy* від дії поперечної сили:

$$D_{22} = \sum_{n=1}^{k} \frac{A_{cn} E_{cmn} \mathcal{G}_{zycn} g_{ycn}}{\left[2(1+v_{c})\right]} + \sum_{j=1}^{m} \frac{A_{sj} E_{sj} \mathcal{G}_{zysj} g_{ysj}}{\left[2(1+v_{s})\right]} + \sum_{i=1}^{l_{sw,y}} A_{swi} E_{sw} \zeta_{swi} g_{yswi,c};$$
(4.59)

 D_{13} – жорсткість впливу крутного моменту T_{xy} на кривизну згину в площині *zoy*:

$$D_{13} = D_{31} = \sum_{n=1}^{k} A_{cn} E_{cmn} \zeta_{cn} \beta_z \varphi \Big(X_{cn}^{tor}, Y_{cn}^{tor} \Big) + \sum_{j=1}^{m} A_{sj} E_s \zeta_{zsj} \beta_z \varphi \Big(X_{sj}^{tor}, Y_{sj}^{tor} \Big) \Big/ \psi_{sj}, \quad (4.60)$$

 D_{23} – жорсткість впливу крутного моменту T_{xy} на зсув у площині *zoy* та

поперечної сили V_y на зсув в площині *хоу*:

$$D_{23} = D_{32} = \sum_{n=1}^{k} \frac{A_{cn} E_{cmn} \mathcal{G}_{zxcn} f_{zxcn}}{\left[2(1+v_{c})\right]} + \sum_{j=1}^{m} \frac{A_{sj} E_{sj} \mathcal{G}_{zxsj} f_{zxsj}}{\left[2(1+v_{s})\right]} + \sum_{i=1}^{l_{sw,i}} A_{swi} E_{sw} \zeta_{xswi} f_{zxswi,c}, \quad (4.61)$$

 D_{33} , – жорсткість при крученні стержня в площині *хоу*:

$$D_{33} = \sum_{n=1}^{k} \frac{A_{cn} E_{cmn} \vartheta_{xycn}}{\left[2(1+v_{c})\right]} \left(f_{zycn} X_{cn}^{tor} - f_{zxcn} Y_{cn}^{tor}\right) + \sum_{j=1}^{m} \frac{A_{sj} E_{sj} \vartheta_{xysj}}{\left[2(1+v_{s})\right]} \left(f_{zysj} X_{sj}^{tor} - f_{zxsj} Y_{sj}^{tor}\right) + \sum_{j=1}^{l_{sw,y}+l_{sw,x}} A_{swi} E_{sw} \zeta_{xyswi} \left(f_{zyswi} X_{swi}^{tor} - f_{zxswi} Y_{swi}^{tor}\right),$$

$$(4.62)$$

де ψ_{sj} – коефіцієнт В. І. Мурашева, який може бути визначений згідно з російськими нормами [16] за формулою:

$$\psi_{sj} = 1 - \omega \sigma_{sj,cr} / \sigma_{sj}, \qquad (4.63)$$

де $\sigma_{sj,cr}$ – напруження в *j*-тому стержні в момент виникнення тріщин;

*σ*_{sj} – поточне напруження в *j*-тому стержні повздовжньої арматури на рівні навантаження, що розглядається;

 ω - коефіцієнт повноти епюри розтягнутого бетону, який згідно з рекомендаціями [25] можна приймати: $\omega = 0,7$.

Будемо вважати, що фізичні співвідношення (4.57)...(4.62) є справедливими на всіх стадіях напружено-деформованого стану стержневих залізобетонних елементів прямокутного перерізу при простому пропорційному їх навантаженні.

Такий підхід дає змогу ураховувати дискретність розташування поздовжньої та поперечної арматури, нелінійність властивостей використаних матеріалів шляхом введення січних модулів при їх розтязі (стиску) та зсуві, нерівномірний розподіл напружень по довжині поперечної арматури, а також розглядати загальний випадок складного напруженого стану зі стисненим або вільним крученням, центральним чи позацентровим стиском (розтягом) з малими або великими ексцентриситетами, косим згином.

Вказані фізичні співвідношення можна застосовувати й до інших стержневих залізобетонних елементів, що випробують складний напружено-

деформований стан, з довільною формою поперечного перерізу за наявності відповідних функцій розподілу дотичних напружень.

При сталому співвідношенні зовнішніх силових факторів на будь-якій стадії навантаження можна знайти вектор деформацій, використовуючи фізичні співвідношення (4.57)...(4.62):

$$\{\varepsilon\} = [D]^{-1}\{N\}, \qquad (4.64)$$

компоненти якого дають змогу визначити узагальнені лінійні (ε_z) та кутові (γ_{zy} , γ_{zx} , γ_{xy}) деформації складнонапружених стержневих залізобетонних елементів.

4.4.4 Визначення напрямку і довжини похилої до поздовжньої осі руйнуючої тріщини

Утворення тріщин на гранях залізобетонного стержня доцільно визначати за оригінальною методикою [115] шляхом видалення із розрахунку тих бетонних елементів, просторовий напружено-деформований стан яких не задовольняє умові міцності згідно 3 триінваріантним критерієм В. М. Круглова [59, 58] або умові міцності [50, 14] при неодновісних напружених станах. Такий підхід дозволяє простежити за розвитком тріщини у площині поперечного перерізу залізобетонного стержня, а також визначити нахил цієї тріщини до його поздовжньої осі на зовнішніх гранях шляхом визначення напрямку площинок головних розтягуючих напружень у частках бетону, розташованих на цих гранях.

Якщо не виконується умова міцності бетону за одним із вказаних орієнтації критеріїв, визначення тріщини потрібно то для знайти направляючий косинус площинки максимальним розтягуючим 3 напруженням. Головні напруження у випадку просторового напруженого стану можна знайти з розв'язку наступного кубічного рівняння [50, 13]:

$$\sigma^3 - I_1 \sigma^2 + I_2 \sigma - I_3 = 0, \tag{4.65}$$

де *I*₁, *I*₂, *I*₃ - перший, другий і третій інваріанти тензора напружень в точці.

Зважаючи на те, що згідно з граничними умовами і у відповідності з прийнятими гіпотезами у точках, віддалених від місць прикладання зосереджених силових факторів, $\sigma_{xcn} = \sigma_{ycn} = 0$, вирази для інваріантів тензора напружень приймають значення $I_1 = \sigma_{zcn}$, $I_2 = -\tau^2_{zxcn} - \tau^2_{zycn} - \tau^2_{xycn}$, $I_3 = 0$, підставляючи які в рівняння (4.81) знаходимо розв'язок:

$$\sigma_{cn} = 0.5 \left[I_1 \pm \sqrt{I_1^2 - 4I_2} \right] = 0.5 \left[\sigma_{zcn} \pm \sqrt{\sigma_{zcn}^2 + 4 \left(\tau_{zxcn}^2 + \tau_{zycn}^2 + \tau_{xycn}^2 \right)} \right].$$
(4.66)

Найбільші розтягуючі напруження визначаються при утриманні в (4.82) знаку «+». Тоді значення направляючих косинусів площинки максимальних розтягуючих напружень [13] в одній із часток бетону, наприклад, на правій бічній поверхні елемента можна знайти за допомогою виразів:

$$\cos(x, v_{cn,1-4}) = \tau_{zxcn,1-4} / S;$$

$$\cos(y, v_{cn,1-4}) = \tau_{zycn,1-4} / S;$$

$$\cos(z, v_{cn,1-4}) = \sigma_{zcn,1-4} / S;$$

(4.67)

де $S = \sqrt{\sigma_{zcn,1-4}^2 + \tau_{zxcn,1-4}^2 + \tau_{zycn,1-4}^2 + \tau_{xycn}^2};$

*v*_{*cn*,1-4} — нормаль до площинки з максимальними розтягуючими напруженнями в частці бетону, що розглядається;

1-4 – індекс, що вказує на прив'язку правої бічної поверхні елемента до
1-го і 4-го стержнів повздовжньої арматури.

Аналогічно можна визначити направляючі косинуси площинок з максимальними розтягуючими напруженнями в окремих частках бетону на інших гранях елемента, прив'язуючи їх до відповідної повздовжньої арматури.

Кут нахилу тріщини в межах крайньої частки бетону елемента на довільній грані розглядається як кут між лінією, паралельною поздовжній осі *Z*, та лінією перетину площини грані з площиною головних розтягуючих напружень. Із аналітичної геометрії відомо, що кути нахилу руйнуючої тріщини, наприклад, на нижній та правій бічній гранях стержневої залізобетонної конструкції в межах часток бетону, що знаходяться на цих
граннях, відповідно, дорівнюють:

$$\alpha_{cn,3-4} = \arccos\left[\frac{\cos(x, v_{cn,3-4})}{\sqrt{\cos^2(x, v_{cn,3-4}) + \cos^2(z, v_{cn,3-4})}}\right] = \arccos\left[\frac{\tau_{zxcn,3-4}}{\sqrt{\tau_{zxcn,3-4}^2 + \sigma_{zcn,3-4}^2}}\right], \quad (4.68)$$
$$\beta_{cn,1-4} = \arccos\left[\frac{\cos(y, v_{cn,1-4})}{\sqrt{\cos^2(y, v_{cn,1-4}) + \cos^2(z, v_{cn,1-4})}}\right] = \arccos\left[\frac{\tau_{zycn,1-4}}{\sqrt{\tau_{zycn,1-4}^2 + \sigma_{zcn,1-4}^2}}\right].$$

З урахуванням (4.68) довжина проекції тріщини, що утворюється на вказаних вище гранях, на поздовжню вісь залізобетонного стержня становить:

$$l_{cr,3-4}^{zox} = \sum_{1}^{b/b_*} b_* ctg \alpha_{cn,3-4}, \quad l_{cr,1-4}^{zoy} = \sum_{1}^{h/h_*} h_* ctg \beta_{cn,1-4}.$$
(4.69)

Прийнята методика дозволяє простежити за розвитком і зміною кутів нахилу руйнуючої тріщини на бічних поверхнях (гранях) стержня. Отже, ті частки бетону, в яких виникла тріщина, виключаються з роботи. Проте, необхідно ураховувати той факт, що на величину зусиль, які сприймаються поздовжньою арматурою, суттєво впливає робота бетону, який знаходиться між тріщинами. По аналогії з методикою [115] для урахування роботи розтягнутого бетону між тріщинами використаємо схему зчеплення арматури з бетоном, запропоновану в свій час В. І. Мурашевим [70], яка до сих пір широко застосовується в інженерних розрахунках.

Згідно з [50] загальні напруження у об'ємному залізобетонному елементі складаються з напружень у бетоні і арматурі:

$$\{\sigma\} = \{\sigma_c\} + \{\sigma_s\}, \qquad (4.70)$$

Ураховуючи сумісність відносних деформацій бетону і арматури зв'язок між напруженнями і деформаціями залізобетону можна представити:

$$\{\sigma\} = ([d_s] + [D_c])\{\varepsilon\} = [d]\{\varepsilon\}, \qquad (4.71)$$

де $[d] = ([d_s] + [D])$ - матриця механічних характеристик залізобетону.

Матриця механічних характеристик армування у загальному виді [1]

$$\begin{bmatrix} d_s \end{bmatrix} = \sum_i \begin{bmatrix} d_s^i \end{bmatrix}, \tag{4.72}$$

де $\begin{bmatrix} d_s^i \end{bmatrix}$ - матриця відповідного *i*-того напрямку армування, вклад якого визначається як добуток відповідної характеристики на косинус кута між напрямком армування і перпендикуляром до грані елементу, яку перетинають арматурні стержні.

Моделювання процесу утворення та розвитку тріщин на практиці в об'ємному залізобетонному елементі здійснюється декількома способами. Зокрема, при утворенні тріщини в частці бетону вона ділиться на дві частки, в яких спільна грань є площиною тріщини. Зв'язок між цими частками здійснюється за допомогою додаткових умов, які моделюють процес розкриття тріщин та взаємне зміщення арматури і бетону. Проте, для збереження методологічної єдності при розрахунку конструкції як до, так і після утворення тріщин вважається [50] доцільним уточнення матриці її механічних характеристик і, як наслідок, матриці і жорсткості, яка з розвитком тріщин суттєво знижується.

Отже, об'ємний залізобетонний елемент до утворення тріщин згідно з рекомендаціями М. І. Карпенка [50] та його учнів доцільно представити анізотропним матеріалом. Його анізотропність зумовлена різним армуванням у різних напрямках. А при появі тріщин залізобетон набуває додаткової анізотропії.

Тріщини в бетоні об'ємного залізобетонного елемента, як правило, розвиваються на площинках головних напружень при досягненні ними граничних значень. При $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ і $\sigma_1 > f_{ct}$ утворюється тріщина в площині дії розтягуючих зусиль σ_1 , а при $\sigma_1 > \sigma_2 > f_{ctk}$ - дві тріщини, перпендикулярні до осей σ_1 і σ_2 . При $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 > f_{ctk}$ утворюються три тріщини [50]. При цьому, головні напруження рекомендується [14] визначити за формулами.

$$\sigma_{1} = \sigma_{0} - \left[(3 + \mu_{\sigma}) / (\sqrt{2} \cdot \sqrt{3 + \mu_{\sigma}^{2}}) \right] \tau_{0},$$

$$\sigma_{2} = \sigma_{0} + \left(\sqrt{2} \cdot \mu_{\sigma} / \sqrt{3 + \mu_{\sigma}^{2}} \right) \tau_{0},$$

$$\sigma_{3} = \sigma_{0} - \left[(3 - \mu_{\sigma}) / (\sqrt{2} \cdot \sqrt{3 + \mu_{\sigma}^{2}}) \right] \tau_{0},$$
(4.73)

де $\mu_{\sigma} = \frac{\sigma_2 - \sigma_1 + \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3}$ - параметр Лоде-Надаї, який визначається у залежності від виду напруженого стану θ згідно з формулою: $\mu_{\sigma} = 3ctg(\theta + \pi/3)$, в якій $\mu_{\sigma} = -1$ при $\theta = 0^{\circ}$, а $\mu_{\sigma} = 1$ при $\theta = 60^{\circ}$.

Кут нахилу головних площинок можна визначити з використанням

$$(\sigma_{x} - \sigma_{c})m_{c1} + \tau_{xy}m_{c2} + \tau_{xz}m_{c3} = 0,$$

направляючих косинусів із рівнянь: $\tau_{xy}m_{c1} + (\sigma_{y} - \sigma_{c})m_{c2} + \tau_{yz}m_{c3} = 0,$ (4.74)
 $\tau_{xz}m_{c1} + \tau_{yz}m_{c2} + (\sigma_{z} - \sigma_{c})m_{c3} = 0,$

де c = 1, 2, 3 - напрямок головних осей; $m_{c1}^2 + m_{c2}^2 + m_{c3}^2 = 1$.

Розв'язок системи рівнянь відносно направляючих косинусів:

$$m_{c1} = \pm 1/\sqrt{1 + P_1^2 + P_2^2}; \quad m_{c2} = P_1 m_{c1}; \quad m_{c3} = P_2 m_{c1},$$
 (4.75)

$$P_{1} = \tau_{xz}\tau_{yz} - (\sigma_{z} - \sigma_{c})\tau_{xy}/A_{c1}; P_{2} = \tau_{xz}\tau_{yz} - (\sigma_{z} - \sigma_{c})\tau_{xy}; A_{c1} = (\sigma_{y} - \sigma_{c})(\sigma_{z} - \sigma_{c}) - \tau_{yz}^{2} \neq 0$$
(4.76)

Якщо знаки при напруженнях σ_c і τ_{xy} у рівняннях (4.76) збігаються, то в рівняннях (4.75) приймається знак «+» і навпаки. Якщо $A_{c1} = 0$, то слід обчислити найближчу величину A_{c2} або A_{c3} , що не дорівнює нулю, за допомогою циклічної перестановки індексів 1-2-3 у виразах (4.76). У цьому випадку аналогічну перестановку потрібно здійснити і у виразах (4.75). Такий спосіб використовується при рішенні систем лінійних алгебраїчних рівнянь методом Гаусса при виборі головного елемента. Описана процедура визначення направляючих косинусів вважається справедливою для любих видів напружених станів, оскільки параметри A_{ck} (ck = 1, 2, 3) не можуть дорівнювати нулю всі одночасно.

При формуванні фізичних співвідношень для залізобетону з тріщинами [50] рекомендується прийняти наступні передумови: В характер деформування малих залізобетонних елементів залежить від схем тріщин, що утворюються на одній або декількох площинках, що перетинаються; дотичні локалізуються напруження В арматурі поблизу тріщин, тому ïx рекомендується [25] урахувати лише при розгляді напружень безпосередньо в тріщині; бетон в блоках між тріщинами деформується як особливий матеріал, у якого властивості у перпендикулярному до тріщини напрямку суттєво вирізняються від властивостей у других напрямках.

На ділянці між тріщинами довжиною l_{cr} напруження розподілені нерівномірно. Вважається, що напруження в арматурі в тріщинах досягають максимальних значень σ_s . Завдяки зчепленню арматури з бетоном ці напруження зменшуються і на віддалі $l_{cr}/2$ від берегів тріщин набувають найменших значень. А напруження в бетоні, навпаки, дорівнюють нулю в тріщині і досягають найбільших значень на ділянках між тріщинами. У зв'язку з нерівномірністю вказаних напружень у розрахунок вводять їхні середні значення σ_{sm}^{cep} й σ_{cm}^{cep} .

Як відомо, середні значення напружень і деформацій арматури зв'язані з максимальними значеннями в тріщині співвідношеннями

$$\sigma_{sm}^{cep} / \sigma_s = \varepsilon_{sm}^{cep} / \varepsilon_s = \psi_s, \qquad (4.77)$$

де ψ_s - коефіцієнт В.І. Мурашева [70], який ураховує нерівномірність роботи арматури на ділянці з тріщинами, ε_{sm} - середні деформації арматури на ділянці між тріщинами.

При осьовому розтязі залізобетонного елемента деформації в арматурі за [14] рекомендується визначити: $\varepsilon_s = \sigma_s \psi_s / (E_s \mu_\sigma).$ (4.78)

звідки зв'язок між напруженнями і деформаціями має вид:

- у тріщині
$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s = E_s \varepsilon_{sm}^{cep} / \psi_s$$
, (4.79)

- між тріщинами
$$\sigma_{sm}^{cep} = E_s \varepsilon_{sm}^{cep}$$
 (4.80)

при збереженні умови $\sigma_s = \sigma_{sm}^{cep} + \sigma_{cm}^{cep}$.

де -

Звідси модуль деформацій для бетону в напрямку, перпендикулярному тріщині, у редакції Д.І. Безушка [14] з урахуванням [55] визначається:

$$E_{cm}^{cep} = E_s \mu_\sigma / \psi_s - E_s \mu_\sigma = E_{cm} \xi , \qquad (4.81)$$

$$\xi = E_{cm}^{cep} / E_{cm} = \mu_{\sigma} \left(1/\psi_s - 1 \right).$$
(4.82)

Отже, використання основних гіпотез, розроблених В.І. Мурашевим [70] і розвинених в роботах Г.О. Генієва [25], М.І. Карпенка [50], його учнів та послідовників [53, 115, 14] дозволяє представити залізобетон з тріщинами у вигляді суцільного матеріалу з бетону і арматури, деформації в яких рівні між собою і дорівнюють середнім значенням, тобто: $\varepsilon_{sm}^{cep} = \varepsilon_{cm}^{cep} = \varepsilon$, що стало можливим завдяки коефіцієнту В.І. Мурашева ψ_s .

Середній модуль зсуву за [25] дорівнює: $G_{cm}^{cep} = G_{cm} \cdot \xi.$ (4.83)

У випадку складного напруженого стану тріщини утворюються як правило, під деяким кутом φ до арматурних стержнів. Тобто, напрямок головних розтягуючих напружень у бетоні, як правило, не збігається з напрямком армування. У цьому випадку коефіцієнт В.І. Мурашева рекомендується [14] обчислювати за формулою:

$$\psi_{si} = 1 - \omega \sigma_{si,cr} / (\sigma_{si} \cdot \cos^2 \varphi \cdot \mu_{si}).$$
(4.84)

Отже, після утворення тріщин в бетоні для стержнів поздовжньої арматури, розташованих у зоні тріщини, замість діаграми деформування вільної від бетону арматури σ_s - ε_s приймати залежність напружень від середніх деформацій σ_s - ε_{sm} .

Середні осьові деформації *j*-того розтягнутого чи стиснутого стержня поздовжньої арматури в зоні утворення тріщини згідно з теорією [70] визначається так:

$$\varepsilon_{smj} = \varepsilon_{sj} \psi_{sj} + \varepsilon_{cn} \left(1 - \psi_{sj} \right), \tag{4.85}$$

де ε_{sj} – деформації j – того розтягнутого чи стиснутого вільного (без бетону) стержня поздовжньої арматури в зоні утворення тріщини;

 ε_{cn} – деформації n – ної частки бетону в тому місці, де розташований j – тий стержень поздовжньої арматури на ділянці між тріщинами;

 ψ_{sj} – коефіцієнт В.І. Мурашева, який визначається за формулою (4.63).

4.4.5 Визначення координат центру згину та центру кручення з урахуванням тріщиноутворення

При утворенні тріщини бетонна частина поперечного перерізу

зменшується, а центр його жорсткості, відносно якого потрібно знаходити характеристики жорсткості, що входять до системи рівнянь (4.57), зміщується в бік стиснутої грані. Згідно з прийнятою гіпотезою нормальні напруження σ_z не сприймаються поперечною арматурою. Тому центр згину і центр кручення не збігаються. Координати центру згину приведеного по жорсткості поперечного перерізу залізобетонного стержня з урахуванням зміни напруженого стану арматури в результаті утворення тріщин згідно з [115] можна представити:

$$X_{c} = \left(\sum_{n=1}^{k} A_{cn} y_{cn} E_{cn} + \sum_{j=1}^{m} A_{sj} y_{sj} E_{sj} / \psi_{sj}\right) / \left(\sum_{n=1}^{k} A_{cn} E_{cn} + \sum_{j=1}^{m} A_{sj} E_{sj} / \psi_{sj}\right),$$

$$Y_{c} = \left(\sum_{n=1}^{k} A_{cn} x_{cn} E_{cn} + \sum_{j=1}^{m} A_{sj} x_{sj} E_{sj} / \psi_{sj}\right) / \left(\sum_{n=1}^{k} A_{cn} E_{cn} + \sum_{j=1}^{m} A_{sj} E_{sj} / \psi_{sj}\right).$$
(4.86)

Координати центру кручення з урахуванням наявності поперечної арматури визначаються відповідно:

$$X_{c,tor} = \frac{\left(\sum_{n=1}^{k} A_{cn} y_{cn} G_{cn} + \sum_{j=1}^{m} A_{sj} y_{sj} G_{sj} \middle| \psi_{sj} + \sum_{i=1}^{l_{sw,y}} A_{swi} y_{swi} E_{swi}\right)}{\left(\sum_{n=1}^{k} A_{cn} G_{cn} + \sum_{j=1}^{m} A_{sj} G_{sj} \middle| \psi_{sj} + \sum_{i=1}^{l_{sw,y}} A_{swi} E_{swi}\right)},$$

$$Y_{c,tor} = \frac{\left(\sum_{n=1}^{k} A_{cn} x_{cn} G_{cn} + \sum_{j=1}^{m} A_{sj} x_{sj} G_{sj} \middle| \psi_{sj} + \sum_{i=1}^{l_{sw,x}} A_{swi} x_{swi} E_{swi}\right)}{\left(\sum_{n=1}^{k} A_{cn} G_{cn} + \sum_{j=1}^{m} A_{sj} G_{sj} \middle| \psi_{sj} + \sum_{i=1}^{l_{sw,x}} A_{swi} E_{swi}\right)},$$
(4.87)

де *x_{cn}*, *y_{cn}* – координати центрів ваги бетонних елементів відносно осей симетрії поперечного перерізу;

x_{sj}, *y_{sj}* – координати центрів ваги стержнів поздовжньої арматури;

x_{swi}, *y_{swi}* – координати центрів ваги елементів стержнів поперечної арматури.

При визначенні характеристик жорсткостей впливу, в т.ч. взаємного, повздовжніх та поперечних сил, а також згинальних моментів у рівняннях системи (4.57) використовуються координати центрів ваги часток бетону, стержнів поздовжньої та окремих ділянок стержнів поперечної арматури відносно центру згину. Тобто значення координат x, y у виразах (4.61)...(4.68) визначаються так:

$$X_{cn} = x_{cn} - X_{c}, \quad X_{sj} = x_{sj} - X_{c}, \quad X_{swi} = x_{swi} - X_{c},$$

$$Y_{cn} = y_{cn} - Y_{c}, \quad Y_{sj} = y_{sj} - Y_{c}, \quad Y_{swi} = y_{swi} - Y_{c}.$$
(4.88)

При визначенні характеристик жорсткості четвертого, п'ятого і шостого рівнянь у формулах (4.65)...(4.74) використовуються координати відносно центру кручення:

$$X_{cn}^{tor} = x_{cn} - X_{c,tor}; \quad X_{sj}^{tor} = x_{sj} - X_{c,tor}; \quad X_{swi}^{tor} = x_{swi} - X_{c,tor}; Y_{cn}^{tor} = y_{cn} - Y_{c,tor}; \quad Y_{sj}^{tor} = y_{sj} - Y_{c,tor}; \quad Y_{swi}^{tor} = y_{swi} - Y_{c,tor}.$$
(4.89)

4.4.6 Граничний стан балки

Стержні поздовжньої арматури перестають сприймати зростаюче навантаження (умовно виключаються з роботи), якщо компоненти напружено-деформованого стану такі, що не задовольняють критерій міцності сталі (4.6), в якому границя текучості визначена з урахуванням її зменшення внаслідок складного напруженого стану.

Стержень поперечної арматури умовно виключається з роботи, якщо нормальні напруження хоча би на одній з його ділянок досягнуть границі текучості.

Інколи в елементах поперечної арматури при великих крутних моментах

появляються зусилля, при яких порушується їх зчеплення з бетоном внаслідок того, що дотичні напруження в бетоні поблизу цієї арматури досягають межі міцності на зсув. У такому випадку умовно виключається з роботи той елемент поперечної арматури, в якому виникло порушення зчеплення з бетоном, тобто не виконується умова:

$$\tau_{zxc} < f_{bd} \qquad \text{afo} \qquad \tau_{zyc} < f_{bd} \qquad (4.90)$$

де f_{bd} – розрахункове значення граничних напружень зчеплення арматури з бетоном. Згідно з [54] $f_{bd} = 2,25\eta_1\eta_2 f_{ctd}$,

де f_{ctd} – розрахункове значення міцності бетону на розтяг (в експериментах – характеристичне f_{ctk}); η_1 =1,0 при хороших умовах зчеплення бетону з арматурою; η_2 =1,0 при діаметрах арматури до 32мм включно.

На кожному етапі навантаження розрахунок здійснюється шляхом виконання деякої кількості ітерацій до тих пір, доки точність визначення всіх компонент вектора деформацій не буде задовольняти деяку задану величину, тобто доки не буде виконана умова:

$$\left(\left\{\varepsilon\right\}_{n}-\left\{\varepsilon\right\}_{n-1}\right)/\left\{\varepsilon\right\}_{n}<\left\{\eta\right\},$$
(4.91)

де $\{\varepsilon\}_n$ – вектор деформацій, обчислений на n-ій ітерації;

 $\{\varepsilon\}_{n-1}$ – те ж на попередній, *n*-1-ій, ітерації;

{η} – вектор точності, складений із заданих точностей для кожної складової вектора деформацій.

Послідовно збільшуючи вектор діючих у стержні зусиль заданого співвідношення, можна визначити несучу здатність залізобетонного стержня. У якості граничного навантаження приймається максимальний вектор зусиль $\{N\}$, при якому система рівнянь (4.57) має рішення, тобто визначник матриці [D] не дорівнює нулю (з деякою заданою точністю η_{det}) або несуча здатність залізобетонного стержня вважається вичерпаною, якщо det $[D] < \eta_{det}$. (4.92)

4.5 Визначення несучої здатності розрахункових нормальних перерізів залізобетонних балок прямокутного перерізу

Для реалізації методики [119, 114], як відзначено в роботі [115], була складена відповідна програма на алгоритмічній мові Quick-Basic. При цьому, фізичні співвідношення [115] не ураховують впливу складових поперечної сили V_x , V_y та інших чинників.

Алгоритм визначення несучої здатності залізобетонних стержнів прямокутного поперечного перерізу складається з блоку введення вихідних даних, основної частини, допоміжних підпрограм перевірки умов збільшення вектора навантаження та вичерпання несучої здатності і роздрукування результатів розрахунків.

Блок введення вихідних даних: геометричні розміри: - висота h, см, - ширина *b*, см; поділ поперечного перерізу на окремі частки по висоті $\frac{h}{10}$ по ширині $\frac{b}{10}$. Кожна частка має свій порядковий номер згідно з загальними рекомендаціями по використанню МСЕ, фіксуються координати її центру ваги відносно осей симетрії перерізу X_{cn}, У_{cn}, площа A_{cn}; характеристичні значення опору бетону осьовому стиску $f_{ck, prism}$ та осьовому розтягу $f_{ctk, 0.95}$ при порівнянні розрахункових та експериментальних значень руйнуючого навантаження; розрахункові значення міцності бетону на стиск f_{cd} та розтяг f_{ctd} визначенні розрахункової несучої здатності нормальних при розрахункових перерізів; середнє значення початкового модуля пружності бетону E_{cm} при порівнянні розрахункових та експериментальних значень руйнуючого навантаження; характеристичне E_{ck} або розрахункове E_{cd} модуля пружності бетону при початкового значення проектуванні залізобетонних конструкцій; коефіцієнт Пуассона для бетону v для всього перерізу, кількість стержнів поздовжньої арматури, їхні порядкові номери *j*

у залежності від почергового вводу, діаметри d_{sj} ; характеристичні значення міцності поздовжньої арматури на границі текучості $f_{\scriptscriptstyle yki}$ та відносних деформацій сталі при максимальному навантаженні ε_{uk} ; границя або рівень пружності та клас поздовжньої арматури, початковий модуль пружності арматурної сталі E_{sm} , коефіцієнт Пуассона $v_s = 0,25$ для усіх стержнів; відносне граничне видовження при розриві \mathcal{E}_{ud} ; кількість наявних напрямків поперечної арматури (вздовж осей x, y) та розташування їх відносно поздовжньої арматури, яке задається вказівкою порядкових номерів двох стержнів поздовжньої арматури, до яких примикає стержень поперечної арматури, або вказівкою параметру місця, який приймається рівним 1, якщо поперечний стержень знаходиться справа від стержнів поздовжньої арматури, 2 – якщо стержень поперечної арматури знаходиться зліва від стержнів поздовжньої арматури; 3 – зверху над ними; 4 – знизу під ними; горизонтальні і вертикальні стержні поперечної арматури (хомути) умовно розбиваються на окремі ділянки, довжина яких дорівнює висоті (вздовж осі у) або ширині (вздовж осі х) окремих часток бетону. Кожній ділянці поперечної арматури присвоюється номер i, фіксується її діаметр d_{swi} . Задається крок s_i поперечних стержнів у поздовжньому (вздовж осі z) напрямку, її клас, характеристичні значення границі текучості f_{ywk} , міцності на розтяг f_{twk} , модуль пружності E_{sw} , коефіцієнт Пуассона $v_{sw} = 0,25$; Характеристичне значення відносних деформацій поперечної арматури при максимальному навантаженні ε_{uwk} ; початкові зусилля: поперечна сила V_v (кН); згинальний момент відносно осі x і y: M_v (кНм); крутний момент T_{xv} (кНм), їх прирости, співвідношення (якщо потрібно) та обмеження; віддалі опорних закріплень та їх характер, місця прикладення зосереджених і розподілених силових факторів; необхідна точність обчислень.

<u>Блок перевірки правильності вводу вихідних даних.</u> Всі вихідні дані, окрім координат часток бетону, окремих стержнів поздовжньої арматури та

окремих ділянок поперечної арматури (хомутів) мають додатній знак і знаходяться в межах заданих діапазонів можливих значень параметрів вихідних даних: габаритні розміри поперечного перерізу не перевищують 1,5м; діаметри стержнів поздовжньої та поперечної арматури не перевищують 32мм; значення коефіцієнтів Пуассона v_c і v_s не перевищують 0,5; віддаленість розрахункового перерізу до найближчого опорного закріплення або місць прикладання зосереджених силових факторів не повинна перевищувати 5,0м; відносне видовження арматури при розриві не повинно перевищувати 0,25; рівень границі пружності – не більше 1.

розрахунку. Блок визначення геометричних Основна частина характеристик і координат центрів ваги. Обчислення площ часток і координат X_{cn},Y_{cn} часток бетону відносно центру симетрії поперечного перерізу; обчислення площ поперечних перерізів поздовжніх стержнів арматури $A_{sj} = \frac{pd_{sj}^2}{A}$ і координат X_{sj}, Y_{sj} центрів ваги цих стержнів відносно центру симетрії перерізу залізобетонного елемента; обчислюється площа поперечного перерізу *і*-тої ділянки поперечної арматури (хомута) $A_{swi} = \frac{pd_{swi}^2}{4}$, площа поверхні дотику з бетоном в горизонтальному (по осі x) $A_{cxswi} = \pi d_{swi} b_*$ та вертикальному (по осі у) $A_{cyswi} = \pi d_{swi} h_*$ напрямках, координати цієї ділянки x_{swi}, y_{swi} відносно центру симетрії перерізу та розподілений по гранях елемента шар погонної (вздовж осі z) площі поперечної арматури $A_{zswi} = \frac{\pi d_{swi}^2}{4s}$; виявлення зв'язку між стержнями поздовжньої арматури та відповідними частками бетону, в площину яких попадають центри ваги поздовжніх стержнів арматури ($x_{cn} \gg x_{sj}, y_{cn} \gg y_{sj}$), який дозволив би урахувати вплив розтягнутого бетону між тріщинами на величину нормальних напружень в стержнях поздовжньої арматури через коефіцієнт В.І. Мурашева ψ_{sj} ; виявлення зв'язку між окремими ділянками поперечної арматури та частками бетону, що її огортають (у площині яких розташований центр ваги окремої ділянки поперечної арматури: $x_{cn} \gg x_{swj}$, $y_{cn} \gg y_{swj}$).

<u>Блок обчислення сталих величин.</u> Обчислення лінійної деформації за допомогою діаграми стиску (розтягу) бетону кожної з бетонних часток $\hat{\varepsilon}_{cn}$ з урахуванням; обчислення коефіцієнта стиснення η та її складових при стисненому крученні стержнів; обчислення коефіцієнта депланації поперечного перерізу стержня β_z за формулою при стисненому його крученні. При вільному крученні стержнів приймаємо $\beta_z = 1$; визначення зниженої границі текучості поздовжньої арматури $\tilde{\sigma}_s = \tilde{f}_{yd}$ згідно.

<u>Блок формування матриці жорсткості.</u> Здійснюється звернення до підпрограми ПП8 з метою визначення центрів жорсткості поперечного перерізу при згині X_c, Y_c та крученні $X_{c,tor}, Y_{c,tor}$; обчислення координати центрів ваги часток бетону X_{cn}, Y_{cn} , поздовжньої X_{sj}, Y_{sj} та поперечної X_{swi}, Y_{swi} арматури відносно центру згину; обчислюються координати центрів ваги часток бетону $X_{cn}^{tor}, Y_{cn}^{tor}$, поздовжньої $X_{sj}^{tor}, Y_{sj}^{tor}$ та поперечної $X_{swi}^{tor}, Y_{swi}^{tor}$ арматури відносно центру згину; обчислюються координати центрів ваги часток бетону $X_{cn}^{tor}, Y_{cn}^{tor}$, поздовжньої $X_{sj}^{tor}, Y_{sj}^{tor}$ та поперечної $X_{swi}^{tor}, Y_{swi}^{tor}$ арматури відносно центру кручення; визначається функція Сен-Венана $\varphi(X_{cn}^{tor}, Y_{cn}^{tor})$ для елементарних площинок перерізу; визначаються функції розподілу кутових деформацій в бетонних частках перерізу $g_{xcn}, g_{ycn}, h_{xcn}, h_{ycn}$; визначення функцій розподілу дотичних напружень в частках бетону поперечного перерізу стержня при його вільному кручені $f_{zxcn}^{0}, f_{zycn}^{0}$ та $\varphi(X_{sj}, Y_{sj})$ поздовжньої арматури; визначаються функції кручення Сен-Венана $\varphi(X_{sj}, Y_{sj})$ поздовжньої арматури; визначаються функції кручення Сен-Венана $\varphi(X_{sj}, F_{sj})$

за; визначення функцій розподілу дотичних напружень в стержнях поздовжньої арматури при вільному крученні стержня f^0_{zxsj} , f^0_{zysj} та $f_{zxsj}, f_{zysj}, f_{xysj}$ при стисненому його крученні; визначення функцій розподілу кутових деформацій, розтягу (стиску) та поперечного згину в окремих ділянках поперечної арматури розрахункового перерізу та прилеглому до них арматурі g_{xswi,c}, h_{xswi,c}, g_{yswi,c}, h_{yswi,c}; визначення функцій розподілу дотичних напружень в частках бетону, прилеглих до окремих ділянок поперечної арматури, при вільному крученні стержня $f^0_{zxswi,c}$, $f^0_{zyswi,c}$ та $f_{zxswi,c}, f_{zyswi,c}, f_{xyswi,c};$ обчислення значень коефіцієнтів матриці жорсткості $D_{11}, D_{22}, D_{33}, D_{23}, D_{13(31)}$ з урахуванням відмінностей координат відносно центрів жорсткості при згині та крученні. Коефіцієнти зміни січних модулів пружності бетону ζ_{cn} , арматури ζ_{zsi} , поперечної арматури ζ_{xswi} , ζ_{yswi} , а також січних модулів пружності при зсуві бетону $J_{zxcn}, J_{zycn}, J_{xycn}$ і поздовжньої арматури $J_{zxsj}, J_{zysj}, J_{xysj}$ приймаються на першій ітерації такими, що дорівнюють 1; здійснюється обернення (тобто піднесення до степені «-1») матриці жорсткості: $[D]^{T}$.

<u>Блок визначення узагальнених деформацій.</u> Обчислення вектора деформацій $\{\varepsilon\}$; обчислення узагальнених деформацій часток бетону $\varepsilon_{zcn}, \gamma_{zxcn}, \gamma_{zycn}, \gamma_{xycn},$ поздовжньої арматури $\varepsilon_{zsj}, \gamma_{zxsj}, \gamma_{zysj}, \gamma_{xysj}$ та поперечної арматури $\varepsilon_{zswi}^*, \varepsilon_{xswi}^*, \gamma_{zxswi,c}, \gamma_{zyswi,c}$ з урахуванням вільного чи стисненого кручення елемента; прогинів та кутів обертання окремих ділянок стержня (за необхідності).

Блок визначення напружень в бетоні, поздовжній та поперечній арматурі розрахункового поперечного перерізу стержня. Звернення до підпрограми ПП1 (опис діаграми стиску-розтягу), ПП2 (опис діаграми зсуву) з метою

визначення коефіцієнтів зміни січних модулів пружності часток бетону при стиску (розтягу) $\zeta_{zcn}(\zeta_{zctn})$ та при зсуві $J_{zxcn}, J_{zycn}, J_{xycn};$ визначення нормальних і дотичних напружень у кожній частці бетону; визначення середніх осьових деформацій у розтягнутих стержнях поздовжньої арматури, розташованих у зоні утворення тріщин у поперечному перерізі стержня; звернення до підпрограми ППЗ (опис діаграми стиску - розтягу), ПП4 (опис діаграми зсуву) з метою визначення коефіцієнтів зміни січних модулів пружності поздовжньої арматури при розтязі (стиску) ζ_{zsj} та при зсуві J_{zxsj} , J_{zysj} , J_{xysj} ; визначення нормальних та дотичних напружень у кожному стержні поздовжньої арматури; визначення величин осьових деформацій ε^*_{xxwi} в горизонтальних і ε^*_{yswi} у вертикальних стержнях поперечної арматури з урахуванням деформацій бетону, що їх огортає; звернення до підпрограми ППЗ для визначення коефіцієнтів зміни січних модулів пружності поперечної арматури розтягу (стиску) в горизонтальному ζ_{xswi} та вертикальному ζ_{yswi} стержнях; визначення нормальних напружень в окремих ділянках поперечної арматури;

На початкових (перших) етапах розрахунку (до появи тріщин) приймаємо $\psi_{sj} = 1$, $l_{crc} = 0$. На першій ітерації кожного наступного етапу розрахунку при визначенні напружень у поздовжній і поперечній арматурі використовуються величини коефіцієнта В.І. Мурашева ψ_{sj}, ψ_{swi} , отримані на попередньому етапі розрахунку, а також характеристики тріщин, якщо вони утворилися.

<u>Блок перевірки міцності елементів поперечного перерізу.</u> Звернення до підпрограми ПП5А (перевірка міцності бетону за критерієм В.М. Круглова) або ПП5Б (перевірка міцності складнонапруженого бетону за критерієм М.І. Карпенка [50] та його учнів [53, 14]) для кожної частки бетону. У тих випадках, коли зазначені умови міцності не виконуються, то площа відповідної частки бетону приймається такою, що дорівнює нулю; звернення до підпрограми ППб (перевірка умови текучості сталі Губера-Мізеса-Генкі) для кожного стержня поздовжньої арматури та кожної ділянки поперечної арматури. Якщо ця умова виконується (напруження досягають межі перерізу відповідного текучості), то площа поперечного стержня поздовжньої або поперечної арматури приймається такою, що дорівнює нулю; звернення до підпрограми ПП9 (перевірка умови зчеплення стержнів поперечної арматури з бетоном) для кожної з ділянок поперечної арматури. Якщо умова зчеплення арматури з бетоном (4.152) не виконується, то площа контакту (поверхні ділянки поперечної арматури) з бетоном приймається рівною нулю.

<u>Блок визначення характеристик тріщин.</u> Фіксація $\sigma_{sj,cr}(\sigma_{swi,cr})$ в стержнях поздовжньої та поперечної арматури, що знаходяться в зоні утворення тріщин; визначення коефіцієнта В. І. Мурашева $\psi_{sj}(\psi_{swi})$ для кожного з розтягнутих стержнів; визначення граничних (зовнішніх) часток бетонного перерізу в яких утворилася або проникла тріщина; звернення до підпрограми ПП7 для визначення кута нахилу тріщини $\alpha_{cn,3-4}(\alpha_{cn,1-2})$, $\beta_{cn,1-4}(\beta_{cn,2-3})$, відповідно, на горизонтальних та бічних гранях стержня та довжини проекції цієї тріщини $l_{cr,3-4}^{zox}(l_{cr,1-2}^{zox}); l_{cr,1-4}^{zoy}(l_{cr,2-3}^{zoy})$ на вказаних гранях на поздовжню вісь стержня. На кожному етапі розрахунку виконується не менше двох і не більше сорока ітерацій.

<u>Блок перевірки умови збільшення вектора навантаження.</u> Умова збільшення вектора навантаження виражається нерівністю (4.91). Якщо ця умова не виконується, то розрахунок продовжується на наступній ітерації, а якщо виконується, то здійснюється перехід до наступного блоку.

<u>Блок перевірки умови вичерпання несучої здатності.</u> Умова вичерпання несучої здатності залізобетонного стержня виражається нерівністю (4.92). Якщо вона не виконується, то здійснюється збільшення вектора навантаження і перехід на наступний етап розрахунку. А якщо вона є справедливою, то необхідно здійснити перехід на блок друку результатів розрахунку.

Висновки за розділом 4

1. Адаптована нелінійна деформаційна модель залізобетонної балкової конструкції, що зазнає згину з курченням, дозволяє з єдиних позицій механіки залізобетону ураховувати особливості сумісної роботи бетону і арматури на всіх ствдіях, включаючи руйнування. Її рекомендується використовувати в проектній практиці нового будівництва або підсиленні прогінних конструкцій.

2. Застосування в адаптованій моделі триінваріантного критерію В.М.Круглова або пятипараметрового критерію М.І.Карпенка міцності бетону дозволяє дослідити просторовий напружено-деформований стан дослідних елементів та прогнозувати утворення й розвиток просторових тріщин в них шляхом виключення з роботи тих часток бетону, які не відповідають вказаним критеріям згідно методики [115].

3. Описані рівняння рівноваги, вирази для узагальнених деформацій, діаграми стану матеріалів, фізичні співвідношення вважаються справедливими на всіх стадіях роботи прогінних залізобетонних елементів, починаючи від тріщиноутворення і аж до руйнування.

4. Прогини і кути закручування окремих перерізів балки визначаються, відповідно, через кривизни згину і відносні кути закручування на довільній стадії її роботи.

За результатами досліджень, виконаних в даному розділі, опубліковані роботи [52, 131, 130, 129].

РОЗДІЛ 5

ВДОСКОНАЛЕННЯ ІНЖЕНЕРНОГО МЕТОДУ РОЗРАХУНКУ НЕСУЧОЇ ЗДАТНОСТІ ПРИОПОРНИХ ДІЛЯНОК ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ ПРИ ЇХ ЗГИНІ З КРУЧЕННЯМ

5.1 Порівняння дослідних і розрахункових значень несучої здатності приопорних ділянок дослідних елементів, визначених за рекомендаціями національних норм проектування

Для виявлення ступеню достовірності прогнозу несучої здатності похилих перерізів дослідних залізобетонних елементів проведено порівняння експериментальних величин з результатами розрахунків, виконаних за старими СНиП 2.03.01-84*, ДСТУ Б В.2.6.-156-2010, російськими СНиП 52.101-03: СП 63.13330-2012, європейськими EUROCODE-2. американськими ACI 318-14, японськими AIJ Code, 2007, канадськими CSA А 23.3-04 та німецькими DIN 1045-1.12.2008 нормами. Побудова загальної розрахункової моделі, яка змогла б адекватно змоделювати напруженодеформований стан та достовірно описати опір конструкції дії зрізу в комбінації зі згином, розтягом, стиском та крученням, є однією з найбільш складних задач у теорії залізобетону. У зв'язку з цим у практичних розрахунках міцності похилих перерізів залізобетонних елементів фахівці користуються умовними моделями, так званими, інженерними методиками, побудованими, як правило, на софістських аналогіях [105].

Порівняння результатів розрахунку з експериментальними даними показало, що недавно запропоновані розрахункові схеми і моделі [11, 132, 54] значно краще відображають напружено-деформований стан приопорних ділянок залізобетонних елементів. Методи розрахунку міцності приопорних ділянок залізобетонних конструкцій національних норм проектування різних країн окрім загально відомого методу граничних зусиль у редакції СНиП 2.03.01-84*, опираючись на класичну модель ферменної аналогії W. Ritter-E. Mörsh [144, 141] та різні її модифікації [121, 128, 122], арочну аналогію або поєднання ферменної та арочної моделей [126], передбачають, як правило, окремий розрахунок похилих перерізів на дію поперечних сил і нормальних перерізів - на дію згинальних моментів.

В останні роки у міжнародній практиці відновився інтерес до вивчення питань, пов'язаних з міцністю похилих перерізів та приопорних ділянок, в цілому. За даними [105, 126] за кожні п'ять останніх років в ACI Journal розміщується 800...1000 публікацій залізобетонних 3 питань зрізу конструкцій. Проте, розрахункові методи, вносяться ЩО V норми більшості країн світу, залишаються, раніше, проектування i ЯК консервативними. Так, наприклад, якщо у EUROCODE-2, вітчизняних ДБН В.2.6-98 і ДСТУ Б В.2.6-156:2010 внесені суттєві корективи у багато розділів норм, то положення, що відносяться до розрахунку приопорних ділянок прогінних конструкцій, залишаються на позиціях моделі ферменної аналогії зі змінним кутом нахилу бетонного підкосу [132]. У німецьких нормах DIN 1045-1.12.2008 [128] міститься розрахункова модель, що базується на положеннях модифікованої ферменної аналогії [143], яка ураховує складову поперечної сили, яка сприймається похилим перерізом за рахунок сил зчеплення на берегах діагональної тріщини. Разом з тим, при розрахунку поперечного армування нахилу стиснутого бетонного підкосу КУТ рекомендовано приймати сталим (Θ =40°). Це значення близьке до нижнього значення кута нахилу стиснутого підкосу, при якому згідно з рекомендаціями [136] можна очікувати, що напруження у поперечній арматурі дійсно будуть близькими до границі текучості. Такий підхід дещо покращив розрахункову модель, але надійність розрахункових формул залишилася на попередньому рівні.

Як правило, вдосконалення розрахункових методів, що базуються на моделі ферменної аналогії, призводить до все більшої кількості розрахункових формул, в основному, емпіричного походження. У якості прикладу можна навести останню версію американських норм [121]. Норми

ACI CODE 318-08 [121] містять у собі 43 формули, які ураховують різні умови навантаження і застосовуються для проектування окремих типів елементів однієї і тієї ж конструкції.

Фахівці приходять до висновку, що вдосконалення розрахунків на зріз у рамках методів ферменної аналогії має досить скромні перспективи. Проте, ця модель, як і раніше, залишається привабливою для проектувальників завдяки своїй простості.

Аналіз вітчизняних публікацій за вказаною темою показує, що у своїй більшості ці роботи, включаючи останню редакцію російських норм [16, 79], направлені не на створення нового загального методу розрахунку, а на вдосконалення методів, закладених в старих нормах.

Разом з тим, починаючи з середини 70-х років минулого століття інтенсивно розвиваються, так звані, "точні" методи в рамках загальної теорії розрахунку залізобетонних конструкцій при деформації зрізу в комбінації зі згином та поздовжніми силами. Практично, всі методи цього напрямку використовують раціональну деформаційну модель, у якій розглядаються рівняння рівноваги, сумісності деформацій та залежності, які пов'язують напруження та деформації залізобетонного елемента з тріщинами. Обширні дослідження залізобетонних панелей, які піддані деформації зрізу, а також зрізу в комбінації з нормальними напруженнями дозволили авторам сформулювати положення модифікованої теорії полів стиску, покладені в основу загального розрахункового методу [126], норвезьких норм NS 3473 Е [142] та канадського стандарту [127].

Активно проводили дослідження з метою створення загального методу розрахунку при дії поперечних і поздовжніх сил, а також згинальних моментів наукові школи професорів О. С. Залєсова, П. І. Васильєва, Ю. А. Климова, О. А. Рочняка та інших. Загально відомою є праця О. С. Залєсова та Ю. А. Климова [39], А. М. Бамбури, О. В. Голишева, О. І. Давиденка [27] та інших.

Використання числових методів, що базуються на загальній механіці

залізобетону, дозволили М. І. Карпенку та його учням (С. Ф. Клованичу, В. С. Кукунаєву, О. Ф. Яременко, Т. Н Азізову та ін.) з єдиних позицій описувати складний напружено-деформований стан конструкцій, розраховувати їх в цілому, включаючи нормальні та похилі перерізи. Як приклад, можна навести роботу [53].

Завдання цього параграфу полягає у визначенні достовірності та безпечності прогнозу несучої здатності приопорних ділянок прогінних залізобетонних елементів за найбільш розповсюдженими зарубіжними нормативними документами з урахуванням їх складного напруженодеформованого стану.

Дослідні та розрахункові значення руйнуючої поперечної сили, визначені за рекомендаціями вказаних норм, приведені у табл. 5.1. Збіжність розрахункових та фактичних значень несучої здатності при-опорних ділянок балок при згині з крученням за вказаними нормами (табл. 5.1) знаходиться у межах (51...66%). Якщо американські,канадські та німецькі норми показують коефіцієнт аварійності в межах 0,30...0,37, то у загально-європейських та канадських нормах цей коефіцієнт становить 0,48...0,56.

Аналіз результатів порівняння дослідних і розрахункових значень несучої здатності приопорних ділянок різних типів прогінних конструкцій, обчислених за рекомендаціями національних норм проектування ** економічно розвинених країн світу, з одного боку, показав, в цілому, незадовільну їхню збіжність, а, з іншого боку, недостатню надійність розрахункових формул цих норм, оскільки для великої кількості дослідних зразків (особливо з великими прольотами зрізу) розрахункова міцність приопорних ділянок на 10% і більше перевищує їхню несучу здатність, що загрожує створенням аварійних ситуацій і передчасним руйнуванням прогінних конструкцій.

Таблиця 5.1

Порівнювальні значення несучої здатності приопорних ділянок балки

№ досліду	Експериментальні дані О.М.Петрова	EUROCODE-2	Японські норми AlJ СОDE, 1988	Американські норми ACI CODE 318-08	Німецькі норми DIN 1045- 1.12.2008	Канадські норми CSA 23.3- 04	СНиП2.03.01-84*	СНиП52.01 (Росія)	Уточнена інженерна методика
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	56,00	85,461*	163,713*	76,17*	91,89*	101,96*	78,14	55,13	57,58
2	164,00	74,861	94,721	76,17	73,51	101,96	133,89	94,50	163,93
3	63,00	53,298	66,985	56,75	38,97	59,29	113,39	55,13	67,56
4	28,00	53,298*	62,936*	56,75*	48,72*	59,29*	58,54	94,50	26,53
5	104,00	53,298	66,985	56,75	38,97	59,29	113,39	55,13	103,93
6	42,00	53,298*	62,936*	56,75*	48,72	59,29*	58,54	94,50	52,80
7	31,00	85,461*	163,713*	76,17*	91,89*	101,96*	78,14	55,13	33,09
8	112,00	74,861	94,721	76,17	73,51*	101,96	133,89	94,50	117,31
9	124,00	74,861	94,721	76,17	73,51	101,96	133,44	55,13	126,06
10	74,00	85,461*	163,713*	76,17	91,89*	101,96*	78,59	94,50	68,25
11	10,00	53,298*	62,936*	56,75*	48,72*	59,29*	58,09	55,13	10,95
12	103,00	53,298	66,985	56,75	38,97	59,29	113,84	94,50	101,86
13	106,00	74,861	94,721	76,17	73,51	101,96	133,44	55,13	106,82
14	59,00	85,461*	163,713*	76,17*	91,89*	101,96*	78,59	94,50	71,33
15	14,00	53,298*	62,936*	56,75*	48,72*	59,29*	58,09	55,13	18,32
16	110,00	53,298	66,985	56,75	38,97	59,29	113,84	94,50	119,14
17	39,00	85,461*	107,141*	65,48*	68,13*	78,48*	68,55	74,81	37,69
18	111,00	74,861	80,902	65,48	54,51	78,48	123,85	74,81	113,98
19	63,00	82,539*	93,749	65,48	54,51	78,48	82,15	55,13	63,28
20	87,00	82,539	80,902	65,48	54,51	78,48	82,60	94,50	86,27
21	91,00	82,539*	143,249*	76,17	73,51	101,96*	92,19	74,81	95,28
22	67,00	53,298	63,948	56,75	38,97	59,29	72,14	74,81	62,53
23	86,00	82,539	93,749	65,48	54,51	78,48	82,37	74,81	87,57
24	64,00	82,539*	80,902*	65,48	54,51	78,48	82,37	74,81	64,11
25	80,00	82,539	93,749*	65,48	54,51	78,48	82,37	74,81	81,65
26	70,00	82,539*	80,902*	65,48	54,51	78,48	82,37	74,81	70,03
27	75,00	82,539	93,749*	65,48	54,51	78,48	82,37	74,81	75,84
$\sum \left(\hat{\mathcal{Q}}_u - g \right) \sigma$	$\left(Q_u \right)^2$	44,2 34613 36,5	57,7 75976 54,1	53,2 31538 34,8	76,7 45453 41,8	43,2 29940 33,9	29,7 15583 24,5	46,7 31726 34,9	5,9 524,6 4,5

при згині з крученням

Примітка*:розрахункові значення несучої здатності приопорних ділянок дослідних елементів, що більше, ніж на 10% перевищують фактичні дані

Різноманітність форм складного напружено-деформованого стану та схем руйнування унеможливлює створення простої і ,в той же час, універсальної розрахункової моделі приопорних ділянок для різних типів конструкцій, яка адекватно відображала б вплив як конструктивних чинників, так і факторів зовнішньої дії на їхню несучу здатність. Спрощені розрахункові моделі вимагають застосування емпіричного підходу.

Практика показала,що чисельні методи розрахунку конструкцій ,які спираються на загальну механіку залізобетону з тріщинами, носять універсальний характер, дозволяють моделювати любий напруженодеформований стан та простежити за усіма етапами роботи конструкції, включаючи її руйнування.

5.2. Моделювання напружено-деформованого стану дослідних елементів шляхом нелінійного скінчено-елементного розрахунку в ПК «Лира-SAPR».

Для моделювання напружено-деформованого стану залізобетонних дослідних-зразків балок в нелінійній постановці використали програмний комплекс «Лира 9.6» → «Лира-SAPR», що базуються на загальній теорії залізобетону з тріщинами.

Ураховуючи те, що бетон і арматура працюють сумісно і мають різні фізико-механічні характеристики, які характеризуються нелінійними залежностями між напруженнями та деформаціями, для реалізації скінченоелементних моделей дослідних залізобетонних елементів за значеними програмними комплексами додатково були введені широко апробовані повні діаграми деформування бетону ДП НДІБК (А. М. Бамбура, В. Я. Бачинський, О. Б. Голишев, В. П. Поліщук та ін) і дволінійні діаграми деформування арматури класу А500С згідно з новими вітчизняними нормами [16, 79].

Границю міцності бетону при складному нерівномірному напруженому стані при дослідженні роботи дослідних зразків визначали за допомогою феноменологічного критерію міцності Г. О. Генієва, В. М. Киссюка, Г. О. Тюпіна, закладеного в зазначеному програмному комплексі. Виходячи з симетрії дослідних елементів, розрахунок здійснювали тільки для однієї половини балки, яку умовно розбивали на об'ємні восьмивузлові ізопараметричні скінчені елементи № 236 з розмірами 1x1x1см для зручності моделювання арматури, а також виходячи з розмірів щебеню для бетону і розмірів поперечного перерізу балки.

Кількість елементів у моделі балки становила, як правило, 18320. Застосовували кроково і кроково-ітераційний методи з використанням кусочно-лінійної залежності № 14 бібліотеки з відповідним алгоритмом. Як і в натурному експерименті, спочатку ступенями прикладали крутний момент, а потім подовжню стискаючу або розтягуючу силу, а потім - поперечне навантаження.

Результати чисельної реалізації натурних експериментів звичайних (тестова задача), балок зі стисненим та вільним крученням залізобетонних балочних елементів представлені на рис.5.1, а також в табл. 5.2, 5.3.

Аналіз результатів моделювання напружено-деформованого стану дослідних залізобетонних елементів показав, що використання з цією метою нелінійного скінчено-елементного розрахунку, який базується на загальній механіці залізобетону з використанням феноменальних критеріїв міцності дозволяє відтворити результати проведених натурних i чисельних експериментів достатньою практичних розрахунків точністю. 3 для Очевидно, що для підвищення точності розрахунку бажано використовувати досконалі критерії міцності. Отже, використання більш зазначеного нелінійного скінчено-елементного розрахунку дозволяє моделювати напружено-деформований стан дослідних елементів на всіх етапах їх роботи, включаючи руйнування. Послідовний аналіз ізополів напружень, переміщень і зусиль в матеріалах реальної конструкції дозволяє достовірно оцінити вплив дослідних конструктивних чинників і факторів зовнішнього впливу на їх несучу здатність, передбачати характер подальшого деформування і руйнування.

При руйнуванні приопорної ділянки балки при стисненому крученні за схемою Е/Т_{стисн} середні нормальні і дотичні стискаючі напруження в частках бетону і стержнях арматури досягають величин:

$$\sigma_{cx,12} \cong 0,86f_{ck}; \ \sigma_{cx,2} \cong 1,35f_{ck}; \ \sigma_{cy,12} \cong 0,62f_{ck}; \ \sigma_{cz,12} \cong 0,41f_{ck};$$

$$\tau_{cxy,12} \cong 0,51f_{ck}; \ \tau_{cxy,2} \cong 0.71f_{ck}; \ \tau_{cxz,13} \cong 0,42f_{ck}; \ \tau_{cyz,12} \cong 0,21f_{ck},$$

$$\sigma_{sx,1} \cong 0,79f_{yk}; \ \sigma_{sx,2} \cong -0,50f_{yk}; \ \sigma_{sx,3} \cong 0,95f_{yk}; \ \sigma_{sx,4} \cong -0,81f_{yk};$$

$$\sigma_{swy} \cong 0,94f_{ywk}; \ \sigma_{swz} \cong 0,95f_{ywk}.$$

При вільному крученні балок стиснена зона бетону під зосередженим вантажем у багатьох випадках має вигляд трапеції, висота якої збігається з верхньою гранню балки. Проте, для більшості елементів вона приймає, всетаки, вигляд прямокутного трикутника без утворення зони концентрації напружень в куті, в якому знаходиться стержень 2.

З метою економії часу, витраченого на виконання нелінійного скінченоелементного розрахунку на базі загальної механіки залізобетону з урахуванням використаного та інших критеріїв міцності, його роботи з тріщинами, складною історією навантаження та інших впливів, за аналогією з відомими програмами бажано застосовувати наявні програмні комплекси (наприклад, ПК«Конкорд»), вдосконалити їх та розробляти нові.

На рис. 5.1 і в додатках А, Б наведені результати моделювання прогінних залізобетонних елементів при їх згині з крученням у вигляді ізополів переміщень і напружень, як правило, лівої їх половини.



Рис. 5.1 Ізополя переміщень і напружень прогінного елемента зі стисненим крученням приопорної ділянки та руйнуванням її за складним просторовим перерізом (схема Е/Т_{стисн.})

Таблиця 5.2

206

Результати моделювання НДС залізобетонних балок зі стисненим

крученням приопорних ділянок (серія II) перед їхнім руйнуванням (F≅0,95F_u)

Nº ⊓OC-	Пер щенн	емі- я, мм			Нап	руже	ення	в бе	тоні	та ар	мату	rpi, M	[Па, :	x=a		
дос- ліду	$y_{(x=0)}$	$z_{(x=a)}^{-}$	$\sigma^{-}_{cx,12}$	$\sigma_{cx,2}^{-}$	$\sigma^{-}_{cy,12}$	$\sigma^{cz,12}$	$\tau^{-}_{cxy,12}$	$\tau^{-}_{cxy,2}$	$\tau^{\max}_{cxy,13}$	$ au^{-}_{cyz,12}$	$\sigma_{_{sx,1}}$	$\sigma_{_{sx,2}}$	$\sigma_{_{SX,3}}$	$\sigma_{_{sx,4}}$	$\sigma_{_{swy,12}}$	$\sigma_{_{swz,13}}$
1	37	7,08	26,6	38,1	23,2	13,7	7,0	20,4	14,9	5,3	491	-409	491	409	388	388
2	2,9	1,70	26,2	38,8	25,4	20,3	16,6	18,3	14,4	5,9	242	-104	414	276	388	353
3	19,6	4,73	17,1	33,6	17,0	0,3	11,6	17,4	10,3	8,0	491	+327	491	409	402	402
4	7,07	3,27	20,3	30,5	11,0	14,6	10,4	13,0	15,5	5,3	160	-280	400	400	302	402
5	18,5	5,82	31,7	38,3	26,9	0,3	16,7	20,2	9,5	6,8	491	0	491	284	402	402
6	6,3	2,66	19,0	38,0	10,6	14,3	12,0	15,0	10,7	5,8	140	-209	419	314	369	402
7	39,3	6,27	15,7	26,1	13,6	0,6	14,2	21,3	15,2	2,2	491	-491	491	491	388	388
8	2,38	1,61	20,8	35,6	16,3	10,0	12,0	17,2	13,5	5,5	327	-163	491	409	388	269
9	19,6	6,03	17,6	34,3	21,6	1,9	9,4	20,1	10,4	9,0	491	+307	491	286	388	388
10	6,6	4,76	24,6	36,0	11,4	15,3	10,5	15,8	11,7	5,4	-43,3	-327	368	489	323	388
11	39,6	4,2	13,1	35,2	21,7	3,2	15,0	22,3	14,3	2,3	491	-163	491	368	402	402
12	2,4	1,09	18,9	32,4	10,1	9,6	13,6	16,7	12,2	5,2	277	-119	475	277	402	260
13	18,5	5,80	27,4	38,0	26,7	0	16,9	23,5	9,4	4,6	491	0	491	491	388	388
14	8,2	16,0	26,5	38,0	0	16,9	12,2	15,3	10,4	7,7	163	-491	491	491	65	388
15	39	5,56	24,8	38,0	22,2	11,6	14,8	22,1	10,5	5,5	491	-327	491	204	402	402
16	3,2	2,32	24,3	34,7	18,4	10,7	12,8	14,9	10,2	6,2	313	-139	418	235	402	402
17	20,4	4,77	20,6	35,4	17,4	14,2	14,0	18,6	10,1	3,6	409	-491	491	409	398	398
18	8,73	2,73	21,4	32,0	15,2	14,9	13,0	19,0	8,0	6,3	491	0	491	265	398	398
19	34,9	12,4	26,6	38,0	10,8	0	17,7	23,5	5,0	4,5	491	-491	491	491	398	398
20	8,8	15,4	24,4	36,6	0	15,8	11,5	11,5	7,5	5,9	409	-491	491	491	398	331
21	17	5,28	24,7	34,7	16,9	20,8	12,8	20,6	10,1	6,6	491	-491	491	491	388	388
22	17,1	5,17	20,8	34,1	16,6	15,2	18,8	24,4	10,1	6,7	491	-491	491	491	402	402
23	21,1	13,4	30,2	38,6	10,8	20,7	15,6	20,2	10,4	4,8	491	-491	491	491	398	398
24	17,6	4,21	17,8	33,5	21,1	11,7	12,5	18,9	9,8	6,0	491	-204	491	491	398	398
25	15,5	2,44	18,9	30,7	16,2	11,1	13,5	17,8	9,4	3,2	409	-163	491	491	398	398
26	17,5	9,39	26,8	35,6	16,7	0	13,6	20,7	9,9	3,2	491	-409	491	491	398	398
27	17,2	11,0	20,0	39,2	18,3	20,7	14,2	16,7	10,5	5,1	491	-491	491	491	398	398
Сер. абс. знач	17,3	6,1	22,5	35,3	16,2	10,7	13,4	18,7	10,9	5,4	395	-252	474	405	377	383
Сер. відн.	φ	-z/l	$\alpha_{x,12}$	$\alpha_{x,2}$	$\alpha_{y,12}$	$\alpha_{z,12}$	$\alpha_{xy,12}$	$\alpha_{xy,2}$	$\alpha_{xz,13}$	$\alpha_{yz,12}$	$\beta_{x,1}$	$\beta_{x,2}$	$\beta_{x,3}$	$\beta_{x,4}$	β_{wy}	β_{wz}
знач	4.94°	1/258	0.86	1.35	0.62	0.41	0.51	0.71	0.42	0.21	0.79	-0.50	0.95	0.81	0.94	0.95

за складними просторовими перерізами (схема Е/Т_{стисн.})

Таблиця 5.3

Результати моделювання НДС залізобетонних балок з вільним

крученням (серія II-А) перед їх руйнуванням (Г≅0,95F_u) на приопорних

ділянках і посередині прольотів за складними просторовими перерізами

Tit	Пере	еміще	ення,			Ha	пру	женн	ія в б	етон	і та	арма	турі,	МΠа	l		
ocJ		MM			σ^-				<i>x</i> =	a			x =	l/2			
ЦŌ	$y_{(x=0)}$	$z_{(x=a)}^{-}$	z_{l}	$\sigma_{cx,12}^{-}$	r=a	$\tau^{-}_{cxv,12}$	$\tau^{\min}_{cxy,13}$	$\sigma_{_{\rm sr1}}$	$\sigma_{\rm sr}^2$	$\sigma_{sx,3}$	$\sigma_{_{sx,4}}$	$\sigma_{_{SY,1}}$	$\sigma_{\rm sr}$	$\sigma_{sx,3}$	$\sigma_{_{sx,4}}$	$\sigma_{_{swv,12}}$	$\sigma_{_{SWZ},13}$
1	41,9	1,24	1,80	29,0	~ 0	8,6	16,4	368	-245	491	163	409	-491	409	163	388	388
2	7,3	6,91	9,02	22,7	16,4	8,6	11,1	-3	-159	397	397	-119	-325	397	397	388	388
3	41,3	0	4,96	28,1	30,4	7,4	10,8	204	-5	409	163	491	-491	491	409	402	402
4	12,0	15,3	20,4	26,7	17,3	6,4	7,8	-163	-491	491	491	-245	-491	491	491	171	402
5	38,6	3,3	8,9	28,6	31,9	6,4	15,3	-5	-82	409	163	368	-491	491	123	402	402
6	9,7	7,0	10,6	24,7	17,4	8,2	9,7	-123	-409	491	491	-245	-491	491	491	335	402
7	44,5	3,7	8,0	29,0	26,5	8,8	5,9	409	-245	491	409	491	-491	491	409	388	388
8	8,1	5,0	9,8	22,9	16,8	7,0	7,7	-4	-163	491	409	-123	-423	491	491	320	377
9	39,5	6,5	14,6	28,5	33,6	7,2	11,0	163	-245	409	327	163	-491	491	245	388	388
10	8,9	7,5	9,0	23,3	16,7	8,4	11,7	-163	-491	493	409	-245	-491	491	409	293	388
11	44,6	2,1	3,7	29,0	7,8	8,8	10,7	409	-163	491	327	491	-409	491	327	402	402
12	8,0	3,4	8,9	23,0	16,7	6,8	11,5	-3	-123	491	409	-123	-245	491	491	402	402
13	10,5	4,9	13,8	26,1	17,1	7,2	10,1	-123	-409	491	491	-82	-491	491	491	196	325
14	11,6	15,6	18,7	26,1	17,1	7,2	10,1	82	-327	491	491	82	-491	491	491	196	325
15	44,4	2,1	4,8	29,0	~0	8,9	11,7	491	-163	491	82	491	-491	409	163	402	402
16	7,9	6,5	10,3	23,8	16,7	10,7	13,6	-42	-241	402	322	-121	-468	402	322	402	402
17	23,7	5,1	8,9	19,9	12,1	10,7	10,8	163	-327	491	409	123	-491	491	409	398	398
18	20,0	4,8	11,0	20,7	24,8	8,3	10,9	~0	-163	491	409	~0	-491	491	409	398	398
19	38,2	3,0	7,6	27,3	18,4	7,9	11,5	240	-195	491	266	353	-491	491	291	398	398
20	9,4	7,3	9,6	23,3	16,3	6,4	11,6	-3	-123	491	491	-3	-245	491	491	196	312
21	23,4	12,4	15,3	21,5	24,8	9,6	11,1	0	-286	491	491	-42	-491	491	491	323	388
22	23,7	12,9	15,2	21,7	24,8	9,7	11,3	0	-245	491	491	-163	-491	491	491	402	402
23	23,9	5,1	10,2	19,8	22,2	10,2	10,7	123	-82	491	491	368	-245	491	491	398	398
24	24,4	5,4	10,5	19,8	22,1	10,8	10,8	123	-82	491	491	409	-286	491	491	331	398
25	22,7	4,6	8,6	19,8	22,8	9,7	10,7	163	-163	491	491	245	-245	491	491	398	398
26	25,2	6,6	10,1	19,4	22,8	11,2	10,7	163	-82	491	491	409	-245	491	491	398	398
27	24,2	7,0	10,5	19,7	22,1	10,7	10,8	163	-123	491	491	327	-245	491	491	398	398
Сер. абс.	23,6	6,1	10,2	24,2	19,1	8,6	11,0	97,5	-216	475	391	137	-416	478	406	352	388
знач					-	-											
Cep.	φ	- <i>z/l</i>	-z/l	α_x	α_z	α_{xy}	α_{xz}	$\beta_{x,1}$	$\beta_{x,2}$	$\beta_{x,3}$	$\beta_{x,4}$	$\beta_{x,1}$	$\beta_{x,2}$	$\beta_{x,3}$	$\beta_{x,4}$	β_{wy}	β_{wz}
відн знач	6,73°	$\frac{l}{258}$	<u> </u>	0,92	0,73	0,33	0,42	0,20	-0,43	0,95	0,78	0,27	-0,83	0,96	0,81	0,88	0,97

$(CACMA L/ I_{BIЛЬH.})$

5.3 Вдосконалена інженерна методика розрахунку міцності приопорних ділянок прогінних залізобетонних конструкцій

Не дивлячись на збільшення кількості публікацій з питань прогнозу міцності приопорних ділянок залізобетонних конструкцій, розрахункові методи, що вносяться у норми проектування більшості країн світу, залишаються, як і раніше, консервативними. Так, наприклад, якщо у ЕС-2 і вітчизняні ДСТУ Б В.2.6-156:210 внесені суттєві корективи у багато розділів норм, то положення, що відносяться до розрахунку похилих перерізів прогінних конструкцій, залишаються на позиціях фермової аналогії зі змінним кутом нахилу бетонних «підкосів». Досвід показує, що вдосконалення такого методу призводить до ще більшої кількості формул, в основному, емпіричного походження.

При розрахунку елементів по моделі просторових перерізів розглядаються по анології з Російськими нормами [16] перерізи, утворені похилими відрізками прямих на трьох розтягнутих гранях елемента і замикаючим відрізком прямої по четвертій стислій грані елемента.

Розрахунок залізобетонних елементів на дію крутних моментів виконуються за міцністю елемента між просторовими перерізами і за міцністю просторових перерізів.

Міцність по бетону між просторовими перерізами характеризується максимальним значенням крутного моменту, що визначається опором бетону осьовому стиску з урахуванням напруженого стану в бетоні між просторовими перерізами.

Розрахунок за просторовими перерізами здійснюють на основі рівнянь рівноваги всіх внутрішніх і зовнішніх силових факторів відносно осі, розташованої в центрі стиснутої зони просторового перерізу елемента. Внутрішні моменти включають момент, що сприймається арматурою, розташованою уздовж осі елемента, і поперечною арматурою, яку перетинає просторовий переріз в розтягнутій зоні просторового перерізу, а також на розтягнутій грані елемента, протилежній стислій зоні просторового перерізу. При цьому, зусилля, які сприймаються арматурою, визначають відповідно з розрахунковим значенням опору розтягу поздовжньої і поперечної арматури. При розрахунку розглядають всі положення просторового перерізу, приймаючи стислу зону просторового перерізу у нижній, бічний і верхній гранях елемента.

Розрахунок на спільну дію крутних і згинальних моментів, а також крутних моментів і поперечних сил здійснюють виходячи з рівнянь взаємодії між відповідними силовими чинниками [16].

У зв'язку з вище викладеним автор на даному етапі пропонує вдосконалити інженерну методику для визначення поперечної сили за наступним виразом.

$$V = V_o (1 - \frac{T}{T_o})k, \tag{5.1}$$

де V - поперечна сила від зовнішнього навантаження в нормальному перерізі;

Т-сталі значення крутного моменту згідно плану експерименту;

*V*_o - гранична поперечна сила, що сприймається бетоном між похилими перерізами;

$$V_o = \varphi_{e1} \cdot f_{cd} \cdot b \cdot h_o, \qquad (5.2)$$

де $\varphi_{\mathfrak{gl}}$ – коефіцієнт, що дорівнює 0,3;

b і *h* - відповідно, менший і більший розміри поперечного перерізу елемента.

$$T_o = 0.1 f_{cd} \cdot b^2 \cdot h, \tag{5.3}$$

T_o – граничний крутний момент, що сприймається елементом між просторовими перетинами;

 k – уточнюючий коефіцієнт впливу конструктивних чинників та факторів зовнішньої дії на несучу здатність приопорних ділянок дослідних елементів, математична модель якого за дослідними даними має вид:

$$\hat{Y}(k) = 1,01 - 0,51X_1 + 0,12X_2 + 0,22X_3 + 0,16X_4 + 0,08X_5 + 0,02X_2^2 + 0,04X_3^2 - 0,14X_1X_2 - 0,05X_1X_4 + 0,06X_2X_3 + 0,04X_2X_4, 9 = 5,2\%$$
(5.4)

Емпіричний вираз для коефіцієнта *k*, отриманий з відповідної математичної моделі шляхом заміни кодованих змінних на натуральні значення дослідних факторів, може бути представлений виразом:

$$\begin{split} k &= 1,01-0,51 \left(\frac{a/h_0-2}{1}\right) + 0,12 \left(\frac{T-2,25\kappa H M}{0,75\kappa H M}\right) + 0,22 \left(\frac{\rho_w-0,0029}{0,00145}\right) + \\ &+ 0,16 \left(\frac{\rho_f-0,0176}{0,00505}\right) + 0,08 \left(\frac{\rho_f'-0,0090}{0,00355}\right) + 0,02 \left(\frac{T-2,25\kappa H M}{0,75\kappa H M}\right)^2 + \\ &+ 0,04 \left(\frac{\rho_w-0,0029}{0,00145}\right)^2 - 0,14 \left(\frac{a/h_0-2}{1}\right) \left(\frac{T-2,25\kappa H M}{0,75\kappa H M}\right) - \\ &- 0,05 \left(\frac{a/h_0-2}{1}\right) \left(\frac{\rho_f-0,0176}{0,00505}\right) + 0,06 \left(\frac{T-2,25\kappa H M}{0,75\kappa H M}\right) \left(\frac{\rho_w-0,0029}{0,00145}\right) + \\ &+ 0,04 \left(\frac{T-2,25}{0,75}\right) \left(\frac{\rho_f-0,0176}{0,00505}\right). \end{split}$$

(5.5)

Вираз (5.5) є справедливим у межах зміни представлених в табл. 2.1, 2.2 конструктивних чинників та фактора зовнішньої дії T з допустимою їх екстраполяцією на 25% від величини інтервалу зміни за вказаними в табл. 2.1 межами.

Висновки за розділом 5

1. Порівняння результатів розрахунку за нормативними методами різних країн показує незадовільну збіжність несучої здатності похилих перерізів дослідних зразків-балок з експериментальними даними (коефіцієнт варіації v = 25 ... 97%).

Аналіз залежності міцності похилих перерізів від дослідних факторів (a/h_0 , ρ_{sw} , ρ_{SH} , ρ_{SB} , *крутний момент*) на основі графіків залежності та порівняння результатів розрахунку з експериментальними даними показав, що вітчизняний метод похилих перерізів більш точно відображає реальну поведінку залізобетону при зовнішньому навантажені у вигляді зосередженої поперечної сили в порівнянні з методом фермової аналогії, в якій закладені великі коефіцієнти надійності. Розрахунки за нормативними документами, в яких закладено модель фермової аналогії, дають підстави стверджувати, що вклад бетону занижено на 0,6...25%. Очевидно, недооцінка несучої міцності бетону призводить до перевитрат матеріалів.

2. Моделювання напружено-деформованого стану дослідних елементів та його аналіз підтвердив і доповнив раніше отримані експериментальні дані про їх характер деформування та руйнування, показав можливість використання з цією метою сучасних обчислювальних комлексів, що базуються на деформаційному методі з використанням реальних діаграм стану матеріалів та сучасних феноменологічних критеріїв міцності. Таке моделювання дозволяє простежити за змінами складного напруженодеформованого стану елементів на всіх етапах їх роботи аж до руйнування.

3. Вдосконалена автором інженерна методика розрахунку міцності просторових перерізів дозволяє здійснити достовірний прогноз їх несучої здатності у визначеному діапазоні зміни дослідних факторів з мінімальними затратами.

За результатами досліджень у цьому розділі дисертації опубліковані роботи [36, 52, 35, 137].

ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

1. Експериментально-теоретичними дослідженнями вперше встановлено, що крутний момент величиною до $0,6T_u$ не тільки радикально (до 2^x разів) зменшує несучу здатність прогінних залізобетонних елементів при стисненому крученні їх приопорних ділянок, а й підвищує їх прогини до 70% та сприяє обертанню опорного перерізу до 10%.

2. Вперше встановлено, що руйнування приопорних ділянок при їх згині зі стисненим крученням бере початок від опори і виклинюється на поверхню балки в самому кінці прольоту зрізу. При цьому, якщо довжина проекції руйнуючої просторової тріщини на тій вертикальній грані, де дотичні напруження від Т і V збігаються за напрямком, близька до традиційної, то на протилежній грані довжина утвореної перед руйнуванням балки перехресної тріщини дорівнює прольоту зрізу.

3. Прийнята методика проведення експериментів з використанням теорії планування дозаолила дослідити вплив кожного конструктивного чинника та фактора зовнішньої на основні параметри працездатності випробуваних залізобетонних елементів як зокрема, так і у взаємодії, що дає змогу приймати обґрунтовані рішення при їх проектуванні, зокрема визначати величину уточнюючого коефіцієнта к в інженерній методиці розрахунку міцності.

4. Адаптована автором нелінійна деформаційна модель залізобетонної балкової конструкції, що зазнає згину з крученням, дозволяє з єдиних позицій механіки залізобетону ураховувати особливості сумісної роботи бетону і арматури на всіх стадіях, включаючи руйнування.

5. Моделювання складного напружено-деформованого стану дослідних елементів шляхом нелінійного скінчено-елементногорозрахунку з використанням реальних діаграм стану матеріалів та сучасних феноменологічних критеріїв міцності показало можливість відтворювати їх дійсний характер роботи на усіх етапах, включаючи руйнування, зокрема, за

допомогою ПК «Лира 9.6», «Лира-SAPR».

6. Порівняння результатів розрахунку міцності просторових перерізів за нормативними методами розвинених країн світу з несучою здатністю дослідних зразків-балок показало незадовільну їх збіжність внаслідок відмінностей закладених в них розрахункових моделей від реального механізму їх деформування, тріщиноутворення та руйнування, а також недооцінки впливу на ці процеси конструктивних чинників та крутного моменту.

7. Вдосконалена автором інженерна методика розрахунку міцності просторових перерізів прогінних залізобетонних конструкцій дозволяє здійснювати достовірний прогноз їх несучої здатності у визначеному діапазоні зміни дослідних факторів.

Результати експериментально-теоретичних досліджень дисертаційної роботи впроваджені в практику проектування об'єктів: підсиленні фундаментів і надземних прогінних конструкцій м'ясо-молочного корпуса, комплексної забудови території Нового Ринку (концерн «Веселка», м. Одеса), а також в навчальний процес Одеської державної академії будівництва та архітектури при підготовці спеціалістів та магістрів будівельного профілю.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

 Азизов Т.Н. Деформации железобетона элементов с трещинами при кручении / Т.Н. Азизов, Н.Н. Срибняк // Дороги і мости. Зб.наук.праць. – К.: Держдор НДІ, 2008. – Вип.9 – С.5-11.

2. Азизов Т.Н. НДС железобетонных балок прямоугольного сечения с нормальнымы трещинами при изгибе с кручением / Т.Н. Азизов, Д.Ю. Парамонов // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. Вип.38.– Одеса: Зовнішрекламсервіс, 2010. – С.3-8.

3. Азизов Т.Н. Разрушение железобетонных элементов с нормальними трещинами в результате действия крутящих моментов / Т.Н. Азизов, В.И. Стадник Д.Ю. Парамонов // Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградсього. – Кременчук: КНУ, 2010. – Випуск 6 (65), частина 1. – С. 125-128.

4. Байков В.И. Исследование железобетонных элементов, подверженных изгибу и кручению с учетом снижения предела текучести сложно напряженной арматуры / В.И. Байков. // Строительство и архитектура – Новосибирск: Известия вузов, 1975.

Байков В.Н. Железобетонные конструкции. Общий курс: учебник
 [для студ. высш. учебн. зав. строит. профиля] Изд. 4–е, / В. Н. Байков,
 Э. Е. Сигалов. – М.: Стройиздат, 1985. – 767с.

6. Байков В.Н. Исследование несущей способности железобетонных элементов прямоугольного сечения при совместном действии изгиба и кручения / В.Н. Байков, В.И. Фомичев. // Строительство и архитектура. – Новосибирск: Известия вузов, 1975.

 Бамбура А. Н. Развитие методов оценки напряженно– деформированного состояния и несущей способности железобетонных конструкций на основе реальных диаграмм деформирования материалов /
 А. Н. Бамбура // Сборник тезисов первой Всеукраинской научно–техн. конф. [«Научно–практические проблемы современного железобетона»], (Киев, апрель 1996 г.). – К. : НИИСК, 1996. – С. 36–39.

Барановский Л. Г. Влияние формы 8. несущую сечения на способность изгибаемых железобетонных действии элементов при поперечных сил / Л. Г. Барановский. – Варшава : Наука и техника, 1970. – 34 c.

9. Барашиков А.Я. К новому расчету прочности сжатой зоны железобетонных балок / А.Я. Барашиков, Н.И. Тимофеев. – К.: Строительное производство, НИИСП, 1997.

10. Барашиков А.Я. Расчет железобетонных конструкций на действие длительных переменных нагрузок / А.Я Барашиков. – Киев: Будівельник, 1977. – 154 с.

11. Барзилович Д.В. Тенденції розвитку української нормативної бази проектування залізобетонних конструкцій. / Д.В. Барзилович, Ю.С. Слюсаренко, А.М. Бамбура. // Науково-технічні проблеми сучасного залізобетону / Зб. наук. праць, вип. 59, книга 1. – Київ.: НДІБК, 2003. – С. 30–33.

Бачинский В. Я. Связь между напряжениями и деформациями бетона при кратковременном неоднородном сжатии / В. Я. Бачинский, А. Н. Бамбура, С. С. Ватагин // Бетон и железобетон. – 1984. – №10. – С. 18–19.

13. Безухов Н. И. Основы теории упругости, пластичности и ползучести / Безухов Н. И. – М.: Высшая школа, 1956. – 420с.

14. Безушко Д. І. Нелінійні моделі матеріалів при розрахунку залізобетонних конструкцій, що згинаються, методом скінчених елементів: автореф. Дис.. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец. 05.23.01 «Будівельні конструкції, будівлі та споруди»/Д. І. Безушко. – Одеса, 2008. – 20с.

15. Белубякин А.В. Экспериментальное исследование работы предварительно напряженных балок из легкого бетона при изгибе с кручением / А.В. Белубякин. – Известия АН Арм. ССР. Ереван , 1970. – Т. XXIII. – §1. – С. 42–46. 16. Бетонные и железобетонные конструкции без предварительного напряжения арматуры : СП52–101–2003. [Введен в действие с 2005.01.01.] – М. : ГУП "НИИЖБ", ФГУП ЦПП, 2004. – 54 с. (Национальный стандарт России).

17. Бондаренко В.М. Инженерные методы расчета нелинейной теории железобетона / В.М. Бондаренко, С.В. Бондаренко. – М.: Стройиздат,1982. – 287 с.

Бондаренко В.М. Расчётные модели силового сопротивления железобетона / В.М. Бондаренко, В.И. Колчунов. – М.: Изд–во "АСВ", 2004. – 472 с.

19. Боришанский М. С. Новые данные о сопротивлении изгибаемых элементов действию поперечных сил / М. С. Боришанский // Вопросы современного железобетонного строительства / ЦНИПС. – М. : Госстрой–издат, 1952. – С. 136–152.

20. Васильев Н.И. Вопросы развития теории железобетона / Н.И. Васильев. // Бетон и железобетон. – 1980. – §4. – С. 24–26.

21. Вахненко П.Ф. Граничная высота сжатой зоны при сложных деформациях / П.Ф. Вахненко. // Бетон и железобетон. – 1990. – §11. – С. 27–28.

22. Вознесенский В.А. Статические методы планирования эксперимента в технико-экономических исследованиях / В.А. Вознесенский [2-е изд. испр. и доп.] – М.: Финансы и статистика, 1981. –215 с.

23. Гвоздев А.А. О структуре и общих положениях новых норм проектирования конструкций / А.А. Гвоздев, С.А. Дмитриев, Н.Н. Лессинг. // Бетон и железобетон. – 1971. – §5. – С. 1–4.

24. Гениев Г.А. Теория пластичности бетона и железобетона / Г.А. Гениев, В.Н. Кисюк, Г.А. Тюпин. – М.: Стройиздат, 1974. – 219 с.

25. Гениев Г. А. Теория пластичности бетона и железобетона / Гениев Г. А., Киссюк В. Н., Тюпин Г. А. – М. : Стройиздат, 1974. – 316 с.
26. Голышев А.Б. Экспериментальные исследования железобетонных элементов при совместном действии изгибающего момента и поперечной силы / А.Б.Голышев, В.И.Колчунов, Г.А.Смоляго // Исследования строительных конструкций и сооружений. – М., 1980. – С. 26–42.

27. Давиденко А. И. К расчету прочности сечений, наклонных к продольной оси элемента, с использованием полной диаграммы деформирования бетона / А. И. Давиденко, А. Н. Бамбура, С. Ю. Беляева, Н. В. Присяжнюк // Механіка і фізика руйнування будівельних матеріалів та конструкцій. Зб. наук. праць за заг. ред. Й. Й. Лучка. – Вип. 7. – Львів : Каменяр, 2007. – С. 209–216.

28. Динник А.Н. Продольный изгиб. Кручение / А.Н. Динник. – М.: АН СССР, 1955. – 283 с.

29. Дорофеев В. С. Исследование прочности приопорных участков железобетонных элементов при совместном действии поперечных сил, изгибающих и крутящих моментов / В. С. Дорофеев, В. М. Карпюк, А. Н. Петров // Зб. наук. праць "Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди". – Рівне : НУВГП, 2006. – Вип. 14. – С. 183–187.

30. Дорофеев В. С. Постановка эксперимента по исследованию напряженно-деформированного состояния неразрезных железобетонных балок в местах смены знака и величины изгибающего момента / О. М. Крантовська, М. М. Петров, О. М. Петров // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. – Одеса: ОДАБА, 2006. Вип. №22. – С. 156-162.

31. Дорофеев В. С. Прочность наклонных сечений неразрезных железобетонных балок / В. С. Дорофеев, В. М. Карпюк, О. М. Крантовська, М. М. Петров, О. М. Петров // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. – Вип. 24. – Одеса: ТОВ «Зовнішрекламсервіс». 2006, – С. 85–94.

32. Дорофеев В. С. Прочность приопорных участков железобетонных балок при совместном действии поперечных сил, изгибающих и крутящих

моментов / В. С. Дорофеев, В. М. Карпюк, А. Н. Петров, О. С. Кожокарь // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. – Вип. 34. – Одеса : ТОВ "Зовнішрекламсервіс", 2009. — С. 418–427.

33. Дорофєєв В. С. Міцність та тріщиностійкість приопорних ділянок залізобетонних балок при сумісній дії поперечних сил, згинальних та крутних моментів / В. С. Дорофєєв, В. М. Карпюк, О. М. Петров та ін. // Наук. техн. зб. ["Сучасні технології, матеріали і конструкції в будівництві" №2], (Вінниця, листопад, 2010 р). – Вінниця, 2010. – № 2 (9). – С. 6–14.

34. Дорофєєв В.С. Дослідження згинальних елементів конструкцій з дрібнозернистого вапняного бетону при дії поперечних сил: Автореферат дис. на здобуття вченого ступеня канд. техн. Наук / В.С. Дорофєєв. - Одеса, 1972. - 32 с.; Нове про міцність залізобетону / Под ред. Михайлова К.В. - М.: Стройиздат, 1977, с. 80-117.

35. Дорофєєв В. С. Вдосконалення інженерного методу розрахунку несучої здатності похилих перерізів нерозрізних залізобетонних балок / В. С. Дорофєєв, В. М. Карпюк, О. М. Крантовська, М. М. Петров, О. М. Петров// Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. – Вип. 20. – Одеса: ТОВ «Зовнішрекламсервіс». 2007, – С. 164–171.

36. Дорофєєв В. С. Розрахункова модель стержневої залізобетонної конструкції з урахуванням її складного напружено–деформованого стану /В. С. Дорофєєв, В. М. Карпюк, О. М. Петров, М. М. Петров//Мости та тунелі: теорія, дослідження, практика//зб. наук. праць Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту ім. акад. В. Лазаряна. – Вип. №3. – Дніпропетровськ: ДНУЗТ, 2012. – с.45–55.

37. Дорофсев В. С. Тріщиностійкість стержневих залізобетонних В. С. Дорофсев, В. М. Карпюк, О. М. Крантовська, конструкцій / М. М. Петров, О. М. Петров// Вісник Одеської державної академії будівництва архітектури. Вип. 52.ч.1 та Одеса: TOB _ «Зовнішрекламсервіс». 2014, - С. 156-169.

38. Дорофєєв В. С. Несуча здатність приопорних ділянок залізобетонних елементів при поперечному згині зі стисненим та вільним крученням / В. С. Дорофєєв, В. М. Карпюк, О. М. Петров [та ін.] // Будівельні конструкції : міжвідомчий наук. техн. зб. наук. праць (будівництво). – Київ : ДП НДІБК, 2011. – Вип. 74 : В 2–х кн. : Книга 1. – С. 118–133.

39. Залесов А.С. Прочность железобетонных конструкций при действии поперечных сил / А.С.Залесов, Ю.А.Климов. – К.: Будівельник, 1989. – 104 с.

40. Залесов А.С. Сопротивление железобетонных элементов при действии поперечных сил. Теория и новые методы расчета прочности : автореф. дис. на соискание науч. степени докт. техн. наук : спец. 05.23.01 "Строительные конструкции, здания и сооружения" / А.С. Залесов. – М., 1980. – 48 с.

41. Зорич А.С. Несущая способность железобетонных балок при действии поперечной силы и изгибающего момента / А.С.Зорич // Строительные конструкции. – Вып. 4. – Киев : Будівельник, 1966. – С. 14–31.

42. Игнатовичюс Ч. Б. Исследование прочности железобетонных прямоугольных и тавровых балок по наклонному сечению / Дисс. на соискание научн. степени канд. техн. наук : 05.23.01 "Строительные конструкции, здания и сооружения" / Ч. Б. Игнатовичюс. – Вильнюс, 1973. – 198 с.

43. Изотов Ю. Л. Прочность железобетонных балок / Ю. Л. Изотов. – Киев : Будівельник, 1978. – 159 с.

44. Карабаш В. Г. Скалывание при изгибе железобетонных балок /
В. Г. Карабаш // Исследования железобетонных конструкций. – М.: Госстройиздат, 1955. – С. 106–126.

45. Карапетян К.С. Ползучесть бетона при кручении / К.С. Карапетян. // Ползучесть строительных материалов и конструкций. – М.: Стройиздат, 1964. – С. 25–36.

46. Карпенко Н.И. Деформации трубчатых элементов, подвергнутых кручению после образования трещин / Н.И. Карпенко, Э.Г. Елагин. // Бетон и железобетон. – 1970. – §3. – С. 42–46.

47. Карпенко Н.И. Жесткость и трещиностойкость элементов при совместном действии изгиба и кручения / Н.И. Карпенко, Т.И. Чистова. // Предельные состояния элементов железобетонных конструкций. – М.: Стройиздат, 1976. – С. 154–169.

48. Карпенко Н.И. О методах расчета деформаций железобетонных труб и их экспериментальной проверке / Н.И. Карпенко, Э.Г. Елагин. // Исследования конструкций и сооружений для сельского строительства. – М.: Стройиздат, 1969. – Вып. 2–2. – С. 59–87.

49. Карпенко Н.И. Теория деформирования железобетона с трещинами / Н.И. Карпенко. – М.: Стройиздат, 1975. – 208 с.

50. Карпенко Н. И. Общие модели механики железобетона / Н. И. Карпенко. – М. : Стройиздат, 1996. – 416 с.

51. Карпюк В.М. Розрахункові моделі силового опору прогінних залізобетонних конструкцій у загальному випадку напруженого стану (монографія) / Карпюк В.М. – Одеса: ОДАБА, 2014. – 351с.

52. Карпюк В. М. Розрахунок залізобетонного стержня у загальному випадку напружено–деформованого стану//В. М. Карпюк, О. М. Петров, М. М. Петров//Комунальне господарство міст// наук. – техн. зб. Харківської національної академії міського господарства. – Вип. 105. Серія: технічні науки та архітектура. – Харків: ХНАМГ, 2012. – С.83–99.

53. Клованич С. Ф. Метод конечных элементов в механике железобетона / С. Ф. Клованич, И. Н. Мироненко. – Одесса : Изд–во ОНМУ, 2007. – 100 с.

54. Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетоні конструкції з важкого бетону. Правила проектування: ДСТУ Б В.2.6 – 156: 2010. –[Чиний від 2011 – 06 – 01]. –К: Мінрегіонбуд України, 2011.–118с. – (Національний стандарт України).

55. Конструкція будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення проектування: ДБН В.2.6 – 98:2009. – [Чиний від 2010 – 09 – 01]. –К.: Мінрегіонбуд України, 2009. –97с. – (Державні будівельні норми України).

56. Корсун В. И. Расчет конструкций на температурные и силовые воздействия с учетом неоднородности свойств материалов : дис. на соискание научной степени доктора техн. наук : спец. 05.23.01 "Строительные конструкции, здания и сооружения" / Владимир Иванович Корсун. – Макеевка : ДГАСА, 2005. – 365 с.

57. Коуэн Г.Д. Кручение в обычном и предварительно напряженном железобетоне / Г.Д. Коуэн. – М.: Стройиздат, 1972. – 103 с.

58. Круглов В. М. Нелинейные соотношения и критерий прочности бетона в трехосном напряженном состоянии / В. М. Круглов // Строительная механика и расчет сооружений. – 1987. – № 1. – С. 40–44.

59. Круглов В. М. Феноменологический критерий прочности бетона при трехосном напряженном состоянии / В. М. Круглов // Известия вузов. – 1986. – №6. – С. 6–11. – (Серия : Строительство и архитектура).

60. Крылов С.М. Перераспределение усилий в статически неопределимых железобетонных конструкциях/ С.М. Крылов. // Теория расчета и конструирования железобетонных конструкций. – М.: Госстройиздат, 1958. – С. 132–144.

61. Кудзис А.П. Железобетонные конструкции кольцевого сечения / А.П. Кудзис. – Вильнюс: Минтас, 1975. – 190 с.

62. Лессиг Н.Н. Исследование случаев разрушения по бетону железобетонных элементов прямоугольного сечения, работающих на изгиб с кручением / Н.Н. Лессиг. // Расчет железобетонных конструкций. – М.: Госстройиздат, 1961. – Вып. 23. – С .42–53.

63. Лессиг Н.Н. Определение несущей способности железобетонных элементов прямоугольного сечения, работающих на изгиб с кручением / Н.Н.

Лессиг. // Исследование прочности элементов железобетонных конструкций. – М.: Госстройиздат, 1959. – Вып. 5. – С. 5–29.

64. Лессиг Н.Н. Определение теоретической несущей способности железобетонных элементов кольцевого сечения, работающих на изгиб с кручением / Н.Н. Лессиг. // Влияние скорости нагружения, гибкости и крутящих моментов на прочность железобетонных конструкций. – М.: Стройиздат, 1970. – С. 177–196

65. Лессиг Н.Н. Теоретические и экспериментальные исследования железобетонных балок при совместном действии изгиба и кручения / Н.Н. Лессиг. // Теория расчета и конструирование железобетонных конструкций. – М.: Госстройиздат, 1958. – С. 73–85.

66. Лялин И.М. Экспериментальные исследования работы железобетонных балок прямоугольного сечения, подверженных совместному действию поперечной силы, изгибающего и крутящего моментов / И.М. Лялин. // Исследование прочности элементов железобетонных конструкций – М.: Госстройиздат, 1959. – С. 54–78.

67. Малинин Н. Н. Прикладная теория, пластичности и ползучести / Малинин Н. Н. – М.: Высшая школа, 1956. – 420с.

68. Митрофанов В. П. Прочность изгибе при поперечном железобетонных элементов с полным использованием сопротивления поперечной продольной В. П. Митрофанов, И арматуры. / П. П. Воскобойник : Тез. респ. научно-техн. конф. [Актуальные проблемы водно-хозяйственного строительства] (Ровно, сентябрь 1980 г.) - Ровно, 1980. – C. 30–31.

69. Михайлов В.В. Сопротивление срезу поперечной силой предварительно напряженных балок при изгибе / В.В. Михайлов. – М.: Госстройиздат, 1960. – 120 с.

70. Мурашев В.И. Трещиноустойчивость, жесткость и прочность железобетона (Основы сопротивления железобетона) / Василий Иванович

Мурашев. – М. : Министерство строительства предприятий машиностроения, 1950. – 268 с.

71. Мурашкин Г.В. Влияние предварительного напряжения на прочность и трещиностойкость железобетонных балок на кручение с изгибом / Г.В. Мурашкин. // Бетон и железобетон, 1965. – §10. – С. 29–33.

72. О новых нормах проектирования железобетонных и бетонных конструкций / А.И. Звездов, А.С. Залесов, Т.А. Мухамедиев, Е.А. Чистяков. // Бетон и железобетон. – 2002. – №2. – С. 2–6; – №3. – С. 10–13; – №4. – С. 16–18.

73. Павліков А. М. Напружено–деформований стан навкісно завантажених залізобетонних елементів у закритичній стадії дис. на здобуття наук. ступеня докт. техн. наук спец. 05.23.01 / Андрій Миколайович Павліков. – Полтава, 2007. – 358 с.

74. Петров О.М. Тріщиноутворення та характер руйнування залізобетонних елементів при згині з крученням // Будівельні конструкції. Міжвідомчий науково-технічний збірник «Будівництво в сейсмічних районах України». Вип.82. – Київ ДП НДІБК. – 2015, с. 507-518.

75. Польской П. П. Влияние пролета среза и продольного армирования на прочность наклонных сечений железобетонных балок из различных видов бетона / П. П. Польской // Вопросы прочности, деформативности и трещиностойкости железобетона : Межвузовский сборник. – Ростов–на– Дону. – 1979. – Вып. 7. – С. 23–33.

76. Попович Н. А. Вопросы прочности, жесткости железобетонных изгибаемых элементов при нарушении сцепления арматуры с бетоном / Н. А. Попович, П. А. Школьный // Труды Харьковского инженерно– строительного института. – Вып. 21. – Харьков, 1962. – С. 21–46.

77. Пособие по проектированию железобетонных конструкций из тяжелых и легких бетонов без предварительного напряжения арматуры (к СНиП 2.03.01–84). – М.: ЦИТП, 1989. – 195 с.

78. Пособие по проектированию предварительно напряженных железобетонных конструкций из тяжелых и легких бетонов (к СНиП 2.03.01– 84). –М.: ЦИТП, 1988. – ч.І, 190 с.; – ч.ІІ, 144 с.

79. Предварительно напряженные железобетонные конструкции : СП52–102–2004 [Введен в действие с 2006.01.01.]. – М. : ГУП "НИИЖБ", ФГУП ЦПП, 2005. – 49 с. (Национальный стандарт России).

80. Прочность железобетонных конструкций гидросооружений, имеющих блочные швы / А.П. Кириллов, Л. В. Лукжа и др. // Гидротехническое строительство. – 1979. – §12. – С. 22–27.

81. Прочность, устойчивость, колебания: справочник в 3т [под ред.
Биргера И. А., Пановко Я. Г.]. – Т.1. – М.: Машиностроение, 1968. – 832с.

82. Расчет железобетонных конструкций при сложных деформациях / М.С. Торяник, П.Ф. Вахненко, Л.В. Фалеев и др. – М.: Стройиздат, 1970. – 295 с.

83. Руллэ Л.К. Исследование работы на изгиб с кручением железобетонных балок двутаврового сечения / Л.К. Руллэ. // Влияние скорости нагружения, гибкости и крутящих моментов на прочность железобетонных конструкций. – М.: Стройиздат, 1970. – С. 126–153.

84. Складнева Р.А. Трещиностойкость железобетонных обычных и предварительно напряженных балок прямоугольного сечения при действии поперечного изгиба и кручения: автореф. дис. на получение учен. степени канд. техн. наук / Р.А. Складнева. – Москва, 1977. – 22 с.

85. Скудра А.М. Прочность бетона при кручении с последующим растяжением / А.М. Скудра. // Исследования по бетону и железобетону. – Рига: Зинатне, 1959. – С. 68–74.

86. СНиП 11–21–75. Нормы проектирования. Бетонные и железобетонные конструкции. – М.: Стройиздат, 1976. – 90 с.

87. СНиП 2.03.01–84. Номы проектирования. Бетонные и железобетонные конструкции. – М.: Стройиздат, 1985. – 80 с.

88. Тимофеев Н.И. Исследование железобетонных стоек, работающих на кручение, изгиб и поперечную силу / Н.И. Тимофеев. // Строительство и архитектура. – Новосибирск: Известия вузов, 1970. – §1. – С. 9–15.

89. Тимофеев Н.И. Исследование железобетонных тавровых балок, работающих при стесненном кручении / Н.И. Тимофеев. // Строительство и архитектура. – Новосибирск: Известия вузов, 1970. – §6. – С .29–36.

90. Тимофеев Н.И. Исследование предварительно напряженных и керамзитобетонных балок, работающих на кручение, изгиб, поперечную силу / Н.И. Тимофеев. // Строительство и архитектура. – Новосибирск: Известия вузов, 1964. – §6 – С. 15–23.

91. Тимофеев Н.И. Исследование прочности и деформативности железобетонных элементов прямоугольного сечения, подвергнутых стесненному кручению и изгибу / Н.И. Тимофеев. // Конструкции и материалы в строительстве. – Рига: Звайгэне, 1976. – вып. 5. – С. 18–30.

92. Тимофеев Н.И. Исследование прочности и деформаций железобетонных цилиндров, подвергнутых кручению во взаимодействии с продольной силой / Н.И. Тимофеев. // Сопротивление материалов и теория сооружений. – Киев: Будівельник, 1980. – Вып. 36. – С. 99–106; 1985. – вып. 46. – С. 92–98.

93. Тимофеев Н.И. Исследование прочности и деформаций элементов железобетонных конструкций, подвергнутых изгибу с кручением / Н.И. Тимофеев. // Конструкции и материалы в строительстве. – Рига: Звайгэне, 1978. – Вып. VI. – С. 105–115.

94. Тимофеев Н.И. Исследование работы железобетонных эксцентрично нагруженных тонкостенных тавровых балок / Н.И. Тимофеев.
// Сопротивление материалов и теория сооружений. – Киев: Будівельник,1982. – вып. 40. – С. 135–142.

95. Тимофеев Н.И. Исследование работы криволинейных в плане двухпролетных железобетонных балок / Н.И. Тимофеев. // Строительство и архитектура. – Новосибирск: Известия вузов, 1971. – §5. – С. 36–43.

96. Тимофеев Н.И. Исследования неразрезных железобетонных балок с учетом кручения / Н.И. Тимофеев. // Строительство и архитектура. – Новосибирск: Известия вузов, 1971. – §7. – С. 13–20.

97. Тимофеев Н.И. Исследования предварительно напряженных бетонных и керамзитобетонных балок, работающих на кручение, изгиб, поперечную силу / Н.И. Тимофеев. // Строительство и архитектура. – Новосибирск: Известия вузов, 1965. – §7. – С. 39–46.

98. Тимофеев Н.И. К определению прочности железобетонных цилиндров, подвергнутых кручению с продольной силой / Н.И. Тимофеев. // Конструкции и материалы в строительстве. – Рига: Звайгэне, 1976. – вып. 5. – С. 7–17.

99. Тимофеев Н.И. Прочность и перераспределение усилий железобетонных двухпролетных балок при изгибе с кручением / Н.И. Тимофеев // Сопротивление материалов и теория сооружений. – Киев: Будівельник,1983. – Вып. 43. – С.100–103.

100. Тимофеев Н.И. Расчет железобетонных конструкций при сложных деформациях / Н.И. Тимофеев. – Киев: Будівельник, 1985. – 128 с.

101. Тимофеев Н.И. Расчет и исследование железобетонных конструкций при сложных деформациях: дисс. ... доктора техн. наук. / Н.И. Тимофеев. – Киев: КиевЗНИИЭП, 1998. – 339 с.

102. Тимофеев Н. И. Исследование железобетонных тавровых балок, работающих при стесненном кручении // Известия вузов. Сер.: Строительство и архитектура. – 1970. – №6. – С. 29 – 35.

103. Тимофєєв М. І. Розрахунок і дослідження залізобетонних конструкцій при складних деформаціях : автореф. дис. на здобуття наукового ступеня доктора техн. наук : Спец. 05.23.01 "Будівельні конструкції, будівлі та споруди"/ М. І. Тимофеев. – Київ, 1998. – 36с.

104. Тимошенко С. П. Теория упругости / С. П. Тимошенко, Дж. Гудьер: пер. с англ. – М.: Наука, 1975. – 576с. 105. Тур В. В. Расчет железобетонных конструкций при действии перерезывающих сил: монография / В. В. Тур, А. А. Кондратчик. – Брест: Изд–во БГТУ, 2000. – 400 с.: ил.

106. Хаджи Х. Р. Несущая способность и расчет по наклонным сечениям железобетонных балок, выполненных с применением бетона на пористых заполнителях : автореферат дис. на соискание научн. степени канд. техн. наук : спец. 05.23.01 "Строительные конструкции, здания и сооружения" / Хасан Рамадан Хаджи. – Одесса, 1985. – 24 с.

107. Хан Х. Теория упругости. Основы линейной теории и ее применения /Х. Хан // Пер.с нем. – М.: Мир, 1988. – 344с.

108. Чиненков Ю.В. Исследование работы железобетонных элементов при действии изгиба и кручения / Ю.В. Чиненков. // Исследование прочности элементов железобетонных конструкций. – М.: Госстройиздат, 1959. – Вып.5. – С. 29–54.

109. Чиненков Ю. В. Исследование работы железобетонных элементов при совместном действии изгиба и кручения «Исследование прочности железобетонных конструкций». – Вып.5. – М.: Госстройиздат, 1959. – С. 29–53.

110. Чирков В.П. Пути облегчения вычислительных работ при расчете на кручение / В.П. Чирков, В.Л. Яструбницкий. // Железобетонные пролетные строения мостов. – М.: Транспорт, 1969. – Вып. 275. – С. 90–100.

111. Чистова Т.П. Экспериментальное исследование деформативности обычных железобетонных элементов коробчатого и прямоугольного сечения при чистом кручении / Т.П. Чистова. // Прочность и жесткость железобетонных конструкций. – М.: Стройиздат, 1971. – С. 118–135.

112. Чистова Т.П. Элементы таврового сечения под действием изгиба и кручения / Т.П. Чистова. // Влияние скорости нагружения, гибкости и крутящих моментов на прочность железобетонных конструкций. – М.: Стройиздат, 1970. – С. 154–177.

113. Чистова Т.П. Элементы таврового сечения под действием изгиба и кручения / Т.П. Чистова. // Влияние скорости нагружения, гибкости и крутящих моментов на прочность железобетонных конструкций. – М.: Стройиздат, 1970. – С. 154–177.

114. Школа Ю. А. Влияние стеснения на несущую способность и деформативность железобетонных стержневых элементов при изгибе с кручением / Ю. А. Школа // Будівельні конструкції: міжвідомчий наук. техн. зб. наук. праць (будівництво). – Вип.62: В 2–х т.: Том 1. – Київ: ДРДІБК, 2005.– С. 186–392.

115. Школа Ю. А. Несущая способность и деформативность железобетонных стержневых элементов при сложном напряженном состоянии : дис. на соискание научн. степени канд. техн. наук : спец. 05.23.01
/ Школа Юлия Александровна. – Одесса, 2002. – 197 с.

116. Школа Ю. В. Напряженное состояние балок, подверженных стесненному кручению / Ю. В. Школа: Міжвідомч. зб. наук. Праць // Будівельні конструкції. – Вип. 52. – К.: НДІБК, 2000. – С. 208 – 213.

117. Юдин В.К. Определение несущей способности железобетонных элементов прямоугольного сечения при совместном действии кручения и изгиба / В.К. Юдин. // Бетон и железобетон, 1962. – №6. – С.14–17.

118. Яременко О. Ф. Фізичні співвідношення для перерізів залізобетонних стрижневих елементів у загальному випадку напруженого стану /О. Ф. Яременко, Ю. В. Школа // вісник національного університету «Львівська політехніка». – №600 [«Теорія і практика будівництва»] за ред. З. Я. Бліхарського. – Львів: «Львівська політехніка», 2007. – С. 339 – 344.

119. Яременко А. Ф. Расчет железобетонных балок прямоугольного поперечного сечения при действии продольной силы, изгиба и кручения / А. Ф. Яременко, Ю. А. Школа // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. – Вип.3. – Рівне: НУВГП, 1999. – С. 301 – 305.

120. Ячменева Н.Н. Исследование жесткости и трещиностойкости железобетонных элементов таврового сечения при действии крутящих,

изгибающих моментов и осевой силы: автореф. дис. на получение ученой степени канд. техн. наук. / Н.Н. Ячменева. – Москва. – 1977. – 21 с.

121. ACI (American Concrete Institute) (2008): "ACI Building Code Requirements for Reinforced Concrete". ACI 318–95 and Commentary (318–08R), American Concrete Institute, Farmington Hills, Mich., 369 pp.

122. Aoyama, H. (1992): "Design Philosophy for Shear in Earthquake Resistance in Japan". Symp. on Concrete Shear in Earthquake, Houston, pp. 407 – 418.

123. Bach C. Bestimungen flir Ausfurkund von Bauwerken aus Jtahlbeton /
C. Bach, O. Graf // DJN, 1045, 1952. – S. 24–37; Krebs G. Jcinte Bilgung / G. Krebs // Banverlog Gmb. H. – Wiesbaden, 1954. – S. 19–26.

124. Bichara A. Peir I. Reinforced Concrete Rectangular Columne in Torsion, Journal of the Structural Division Proceedings of tre American Socilty of Civil Engineers, Desember,1978,p.10-23.

125. Chakraborty M. Ultimate Strength of Reinforced Concrete Rectangular Beams under combined torsion and Shear. «I. Inst.Eng. /India/. Civ. Eng.Div." 1979, №1, p.27-32.

126. Collins, M.P. Mitchell, D. Adebar, P. and Vecchio, F. J. (1996): "General Shear Design Method" ACI St. J, V. 93, no. 1, Jan. – Feb., 1996, pp. 36– 45.

127. CSA (Canadian Standards Association) (2004): "Design of Concrete Structures". CSA A 23. 3–04. Dec. 2004. – 200 pp.

128. DIN 1045–1.12.2008 (Entwurf) Tragewerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton. Teil 1: Bemessung und Konstruktion / [1] / S. 513–614.

129. Dorofyeyev V. Analysis of experimental researches of crack resistance of run-out reinforced concrete elements / Dorofyeyev V.,Karpyuk V.,Krantovskaya E, Petrov N., Petrov A., // International scientific herald. The Eighth International Conference on Material Technologies and Modeling MMT – 2014, Ariel University Ariel, Israel, july 28-August 01,2014, volume 1, 3-41 – 3-52.

130. Dorofyeyev V. IMPROVED DEFORMATION MODEL OF THE REINFORCED CONCRETE BAR STRUCTURE FOR THE GENERAL CASE OF STRESSED STATE / Dorofyeyev V.,Karpyuk V.,Krantovskaya E, Petrov N., Petrov A., // Міжнародний науковий вісник. International scientific herald. Збірник наукових статей за матеріалами XXVII Міжнародної науковопрактична конференція «Перспективи розвитку європейського університету в контексті широкої інноваційної стратегії» Ужгород-Будапешт, 26-29 листопада 2013 року – Ужгород: ДВНЗ «УжНУ», 2014. – Вип. 8(27). - С. 51-64.

131. Dorofyeyev V. Strenqth calculation of support areas in reinforced concrete beam structures / Dorofyeyev V.,Karpyuk V.,Krantovskaya E, Petrov N., Petrov A., // Научно-технический журнал по строительству и архитектуре «Вестник МГСУ». - Вып. 12. - Москва (Россия): Изд-во МИСИ - МГСУ, 2013. - С.55-67. (Входить до НМБД) индексируется в РИНЦ, UlrichsWeb Global Serials Directory, DOAJ, EBSCO

132. EN 1992 – 1: 2001 (Final Draft, Fpril, 2002) Eurocode 2: Design of Concrete Structures. Part 1 General Rules and Rules for Buildings. – Final Draft. December, 2004. – 230 p.

133. Fischer. Über der Bemessung des Eisenbetonrechteckguerschnittes im Falle schiefer Biegung / Fischer // Beton und Eisen. – 1939. – № 38. – P. 18–20.

134. Hall A., Archer F. and others. The SAA Rules for Torsion in Reinforced Concrete Beams. «Civil Eng.Trans.Inst.Eng Ausstral», 1975, 17 №1, p.37-44.

135. Hamphreys P. Torsional Properties of Prestressed Concrete. The Structural Engineer, V, XXXV, №6, June, 1977, p.113-117.

136. Hsu T.T.C., Mau S.T.C., Mau S.T., Bin Chen. Theory of Shear Transfer of Reinforced Concrete/ ACI Struct. Journ., March–April, 1987. – PP. 149–160.

137. Karpyuk V. Загальний інженерний метод розрахунку міцності приопорних ділянок плоско-напружених прогонових залізобетонних елементів / Karpyuk V., Krantovskaya E., Petrov N., Petrov A., // Collection of scientific works of the National Academy of sciences of Ukraine Karpenko

PHYSICO-MECHANICAL INSTITUTE [FRACTURE MECHANICS AND PHYSICS OF CONSTRUCTION MATERIALS AND STRUCTURES] – Issue 10. – Lviv: Kamenjar, 2014. – C. 41-54.

138. Leonhardt F. Die Bermindente Jchubdeckung bei Stahlbeton /
F. Leonhardt // Bauingenieur. – 1965. – № 1. – S. 10–16.

139. Leonhardt F., Walter K. Beitrage zur Behandlung der. Jchubproblembau
/ F. Leonhardt, K. Walter // Beton und Stahlbetonbau. – 1962. – № 2. – S. 13–28.

140. Mihaiescu A. Calculue Marimii Deseniderii Fisu Rilor la Ekemente de beton armat. Solicitate la torsiune pura. "Buletinue stintific si tehnic al institutu lui politehnic». Trauan vuia Timisoara/ Seria construct. 1974, 19(33), p.209-220.

141. Mörsh E. Der Eisenbetonban, 1st Ed., Wayssand Freytad, A. G. Neustadt, a.d. Haardt, May 1902, 118p.p.; 2nd Ed., Ferlag von Konrad Wittmer, Stuttgart, 1906, 252 p.p.; 3rd Ed. (Reinforced Concrete Construction, transl.E.P. Goodrich), Mc. Graw Hill Book Co., New York, 1909. – 388 pp.

142. Norwegian Council for Building Standardization (1992): Norwegian Standard NS 3473 E, 4th ed., Nov. 1992.

143. Randan B.V. Web Grushing of Reinforced and Prestressed Concrete Beams / ACI Struct. Journ., V. 88, №1, Jan.–Feb., 1991. – pp. 12–16.

144. Ritter W. Die Bauweise Hennebigue. Schweizerische Bauzeitung (Zürich),

145. Unger H. Der Einfluss von Rissbildungen auf die Torsions-festigkeit von Stahlbeton und Spannbetonkonstruktionen. «Wiss.Z.Techn. Hochsch. Leipsig.», 1980, 4, №1, p.44-49.